

PHẦN A. LÝ THUYẾT

I. Một số khái niệm về xác suất

1. Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu

Có những phép thử mà ta không thể đoán trước được kết quả của nó, mặc dù đã biết tập hợp tất cả các kết quả có thể có của phép thử đó. Những phép thử như thế gọi là phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử). Tập hợp Ω các kết quả có thể xảy ra của một phép thử gọi là không gian mẫu của phép thử đó.

Ví dụ 1. Một hộp có 3 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ từ trong hộp, ghi lại số của thẻ được rút ra và bỏ lại thẻ đó vào hộp. Xét phép thử "Rút ngẫu nhiên liên tiếp hai chiếc thẻ trong hộp". Hãy cho biết không gian mẫu của phép thử đó.

Giải

Không gian mẫu của phép thử trên là tập hợp $\Omega = \{(1;1); (1;2); (1;3); (2;1); (2;2); (2;3); (3;1); (3;2); (3;3)\}$, ở đó, chẳng hạn (1;2) là kết quả "Lần thứ nhất rút ra thẻ ghi số 1, lần thứ hai rút ra thẻ ghi số 2".

Ví dụ 2. Một hộp có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng; các quả bóng có kích thước và khối lượng giống nhau. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ trong hộp, ghi lại màu của quả bóng được lấy ra và bỏ lại quả bóng đó vào hộp. Xét phép thử "Lấy ngẫu nhiên liên tiếp hai quả bóng trong hộp". Hãy cho biết không gian mẫu của phép thử đó.

Giải

Không gian mẫu của phép thử trên là tập hợp $\Omega = \{XX; XD; XV; DD; DV; DX; VV; VX; VD\}$, ở đó, chẳng hạn XD là kết quả "Lần thứ nhất lấy ra quả bóng xanh, lần thứ hai lấy ra quả bóng đỏ".

2. Biến cố

a) Định nghĩa

Nhận xét

- Mỗi sự kiện liên quan đến phép thử T tương ứng với một (và chỉ một) tập con A của không gian mẫu Ω .
- Ngược lại, mỗi tập con A của không gian mẫu Ω có thể phát biểu dưới dạng mệnh đề nêu sự kiện liên quan đến phép thử T .

Một cách tổng quát, ta có định nghĩa sau:

Biến cố ngẫu nhiên (gọi tắt là biến cố) là một tập con của không gian mẫu.

Chú ý: Vì sự kiện chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của một biến cố nên ta cũng gọi sự kiện là biến cố. Chẳng hạn: Sự kiện "Kết quả của hai lần tung là giống nhau" trong phép thử "Tung một đồng xu hai lần liên tiếp" là một biến cố.

Ví dụ 3. Xét phép thử "Gieo một xúc xắc hai lần liên tiếp".

a) Sự kiện "Tổng số chấm trong hai lần gieo chia hết cho 5" tương ứng với biến cố nào của phép thử trên?

b) Phát biểu biến cố $D = \{(1;5); (5;1); (2;4); (4;2); (3;3); (6;6)\}$

của không gian mẫu (của phép thử trên) dưới dạng mệnh đề nêu sự kiện.

Giải

a) Sự kiện "Tổng số chấm trong hai lần gieo chia hết cho 5" tương ứng với biến cố:

$$C = \{(1;4); (4;1); (2;3); (3;2); (4;6); (6;4); (5;5)\}$$

của phép thử trên.

b) Tập con D bao gồm tất cả các phần tử của không gian mẫu có tính chất đặc trưng là tổng hai số trong mỗi cặp chia hết cho 6. Vậy biến cố D có thể phát biểu dưới dạng mệnh đề nêu sự kiện "Tổng số chấm trong hai lần gieo chia hết cho 6".

b) Biến cố không. Biến cố chắc chắn

Xét phép thử T với không gian mẫu Ω . Mỗi biến cố là một tập con của tập hợp Ω . Vì thế, tập rỗng $\emptyset$ cũng là một biến cố, gọi là biến cố không thể (gọi tắt là biến cố không). Còn tập hợp Ω gọi là biến cố chắc chắn.

Chẳng hạn, khi gieo một xúc xắc, biến cố "Mặt xuất hiện có 7 chấm" là biến cố không, còn biến cố "Mặt xuất hiện có số chấm không vượt quá 6" là biến cố chắc chắn.

c) Biến cố đối

Xét phép thử T với không gian mẫu là Ω . Giả sử A là một biến cố. Như vậy, A là tập con của tập hợp Ω . Ta xét tập con $\Omega \setminus A$ là phần bù của A trong Ω .

Tập con $\Omega \setminus A$ xác định một biến cố, gọi là biến cố đối của biến cố A , kí hiệu là $\bar{A}$.

Chẳng hạn, khi gieo ngẫu nhiên một xúc xắc một lần, biến cố "Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số lẻ" là biến cố đối của biến cố "Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số chẵn".

Chú ý: Nếu biến cố A được mô tả dưới dạng mệnh đề toán học Q thì biến cố đối $\bar{A}$ được mô tả bằng mệnh đề phủ định của mệnh đề Q (tức là mệnh đề $\bar{Q}$).

3. Xác suất của biến cố

Xác suất của biến cố A , kí hiệu là $P(A)$, bằng tỉ số $\frac{n(A)}{n(\Omega)}$, ở đó $n(A), n(\Omega)$ lần lượt là số phần tử của hai tập hợp A và Ω . Như vậy: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

Ví dụ 4. Một hộp có 5 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, 4, 5; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên đồng thời 2 chiếc thẻ từ trong hộp.

a) Gọi Ω là không gian mẫu trong trò chơi trên. Tính số phần tử của tập hợp Ω .

b) Tính xác suất của biến cố E : "Tổng các số trên hai thẻ là số lẻ".

Giải

a) Mỗi phần tử của không gian mẫu Ω là một tổ hợp chập 2 của 5 phần tử trong tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5\}$. Vì thế

$$n(\Omega) = C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10.$$

b) Biến cố E gồm các cách chọn ra hai chiếc thẻ ghi số là: 1 và 2; 1 và 4; 2 và 3; 2 và 5; 3 và 4; 4 và 5. Vì thế $n(E) = 6$. Vậy xác suất của biến cố E là

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

Ví dụ 5. Từ một hộp chứa 5 quả cầu trắng và 5 quả cầu đỏ; các quả cầu có kích thước và khối lượng giống nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu. Tính xác suất lấy được hai quả cầu khác màu.

Giải

Mỗi lần lấy ra đồng thời hai quả cầu cho ta một tổ hợp chập 2 của 10 phần tử. Do đó, không gian mẫu Ω gồm các tổ hợp chập 2 của 10 phần tử và

$$n(\Omega) = C_{10}^2 = \frac{10!}{2! \cdot 8!} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45.$$

Xét biến cố G : "Hai quả cầu lấy ra khác màu".

Khi hai quả cầu lấy ra khác màu thì một quả cầu lấy ra có màu trắng, quả cầu còn lại có màu đỏ. Có 5 cách lấy ra một quả cầu màu trắng và cũng có 5 cách lấy ra một quả cầu màu đỏ. Theo quy tắc nhân, ta có $n(G) = 5 \cdot 5 = 25$.

Vậy xác suất của biến cố G là

$$P(G) = \frac{n(G)}{n(\Omega)} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}.$$

Ví dụ 6. Một đội văn nghệ có 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên phụ trách đội muốn chọn ra một đội tốp ca gồm ba bạn sao cho có cả bạn nam và bạn nữ cùng tham gia.

a) Giáo viên phụ trách đội có bao nhiêu cách chọn một đội tốp ca như vậy?

b) Tính xác suất của biến cố H : "Ba bạn chọn ra có cả nam và nữ".

Giải

a) Khi ba bạn chọn ra có cả nam và nữ thì chỉ có hai khả năng:

- Chọn ra một bạn nam và hai bạn nữ;
- Chọn ra hai bạn nam và một bạn nữ.
- Xét khả năng thứ nhất: Chọn ra một bạn nam và hai bạn nữ.

Có 4 cách chọn ra một bạn nam.

Mỗi lần chọn ra hai bạn nữ cho ta một tổ hợp chập 2 của 5 phần tử. Do đó, số cách chọn ra hai bạn nữ là

$$C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10.$$

Theo quy tắc nhân, ta có số cách chọn ra một bạn nam và hai bạn nữ là $4 \cdot 10 = 40$.

- Xét khả năng thứ hai: Chọn ra hai bạn nam và một bạn nữ.

Có 5 cách chọn ra một bạn nữ.

Mỗi lần chọn ra hai bạn nam cho ta một tổ hợp chập 2 của 4 phần tử. Do đó, số cách chọn ra hai bạn nam là

$$C_4^2 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

Theo quy tắc nhân, ta có số cách chọn ra hai bạn nam và một bạn nữ là $5 \cdot 6 = 30$.

Theo quy tắc cộng, số cách chọn ra một đội tập ca gồm ba bạn sao cho có cả bạn nam và bạn nữ cùng tham gia là $40 + 30 = 70$ (cách).

b) Mỗi lần chọn ra đồng thời ba bạn học sinh cho ta một tổ hợp chập 3 của 9 phần tử. Do đó, không gian mẫu Ω gồm các tổ hợp chập 3 của 9 phần tử và

$$n(\Omega) = C_9^3 = \frac{9!}{3! \cdot 6!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{6} = 84.$$

Theo câu a), ta có $n(H) = 70$. Vậy xác suất của biến cố H là

$$P(H) = \frac{n(H)}{n(\Omega)} = \frac{70}{84} = \frac{5}{6}.$$

II. TÍNH CHẤT CỦA XÁC SUẤT

Xét phép thử T với không gian mẫu là Ω . Khi đó, ta có các tính chất sau:

- $P(\emptyset) = 0; P(\Omega) = 1$;
- $0 \leq P(A) \leq 1$ với mỗi biến cố A ;
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ với mỗi biến cố A .

Chứng minh

$$\text{- Xác suất của biến cố không là } P(\emptyset) = \frac{n(\emptyset)}{n(\Omega)} = \frac{0}{n(\Omega)} = 0;$$

$$\text{Xác suất của biến cố chắc chắn là } P(\Omega) = \frac{n(\Omega)}{n(\Omega)} = 1.$$

$$\text{- Do } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \text{ và } 0 \leq n(A) \leq n(\Omega) \text{ nên } 0 \leq P(A) \leq 1 \text{ với mỗi biến cố } A.$$

- Do $n(\Omega \setminus A) = n(\Omega) - n(A)$ nên xác suất của biến cố $\bar{A}$ là:

$$P(\bar{A}) = \frac{n(\Omega \setminus A)}{n(\Omega)} = \frac{n(\Omega) - n(A)}{n(\Omega)} = 1 - \frac{n(A)}{n(\Omega)} = 1 - P(A).$$

Ví dụ 7. Một hộp có 10 quả bóng trắng và 10 quả bóng đỏ; các quả bóng có kích thước và khối lượng giống nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 9 quả bóng trong hộp. Tính xác suất để trong 9 quả bóng được lấy ra có ít nhất một quả bóng màu đỏ.

Giải

Mỗi lần lấy ra đồng thời 9 quả bóng cho ta một tổ hợp chập 9 của 20 phần tử. Do đó, không gian mẫu Ω gồm các tổ hợp chập 9 của 20 phần tử và $n(\Omega) = C_{20}^9$.

Xét biến cố K : "Trong 9 quả bóng được lấy ra có ít nhất một quả bóng màu đỏ".

Khi đó biến cố đối của biến cố K là biến cố $\bar{K}$: "Trong 9 quả bóng được lấy ra không có quả bóng màu đỏ nào", tức là cả 9 quả bóng được lấy ra có màu trắng.

Mỗi lần lấy ra đồng thời 9 quả bóng màu trắng cho ta một tổ hợp chập 9 của 10 phần tử. Do đó

$$n(\bar{K}) = C_{10}^9 = \frac{10!}{9! \cdot 1!} = 10. \text{ Suy ra } P(\bar{K}) = \frac{n(\bar{K})}{n(\Omega)} = \frac{10}{C_{20}^9}.$$

$$\text{Vậy } P(K) = 1 - P(\bar{K}) = 1 - \frac{10}{C_{20}^9}$$

III. NGUYÊN LÝ XÁC SUẤT BÉ

Qua thực nghiệm và quan sát thực tế, người ta thấy rằng các biến cố có xác suất bé sẽ gần như không xảy ra trong phép thử. Chẳng hạn, mỗi chuyến bay đều có một xác suất rất bé bị xảy ra tai nạn. Nhưng trên thực tế, tai nạn của một chuyến bay sẽ không xảy ra. Từ đó, ta thừa nhận nguyên lý sau đây, gọi là nguyên lý xác suất bé: Nếu một biến cố ngẫu nhiên có xác suất rất bé thì thực tế có thể cho rằng trong một phép thử biến cố đó sẽ không xảy ra.

Tuy nhiên, một xác suất như thế nào được xem là bé phải tùy thuộc vào từng bài toán cụ thể. Ví dụ như xác suất để dù không mở là 0,01 (dùng cho nhảy dù) thì cũng không thể coi là bé và không thể dùng loại dù đó. Nhưng nếu xác suất để tàu về ga chậm là 0,01 thì lại có thể xem là tàu về ga đúng giờ.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 2 chữ số nhỏ hơn 20. Lấy ra 1 số tự nhiên bất kỳ trong A .

- Mô tả không gian mẫu Ω ?
- Tính xác suất để lấy được số tự nhiên lẻ?
- Tính xác suất để lấy được số tự nhiên chia hết cho 3?

Giải

a. $\Omega = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\} \Rightarrow |\Omega| = 10$

b. A là biến cố “số tự nhiên lẻ” $\Rightarrow \Omega(A) = \{11, 13, 15, 17, 19\} \Rightarrow |\Omega(A)| = 5 \Rightarrow P(A) = \frac{5}{10} = 0,5$

c. B là biến cố “số tự nhiên chia hết cho 3”. $\Omega(B) = \{12, 15, 18\} \Rightarrow |\Omega(B)| = 3 \Rightarrow P(B) = \frac{3}{10}$

Câu 2. Tung 1 con súc sắc.

- Mô tả không gian mẫu?
- Tính xác suất để thu được mặt có số chấm chia hết cho 2?
- Tính xác suất để thu được mặt có số chấm nhỏ hơn 4?

Giải

a. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$

b. A là biến cố “số chấm chia hết cho 2”.

$$\Omega(A) = \{2, 4, 6\} \Rightarrow |\Omega(A)| = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

c. B là biến cố “số chấm nhỏ hơn 4”, $\Omega(B) = \{1, 2, 3\} \Rightarrow |\Omega(B)| = 3 \Rightarrow P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Câu 3. Tung 3 đồng xu đồng chất (giả thiết các đồng xu hoàn toàn giống nhau gồm 2 mặt: sấp và ngửa).

- Mô tả không gian mẫu các kết quả đạt được?
- Tính xác suất thu được 3 mặt giống nhau?

Giải

Lần 1	Lần 2	Lần 3	Kết quả
s	s	s	SSS
s	s	n	SSN
s	n	s	SNS
s	n	n	SNN
n	s	s	NSS
n	s	n	NSN
n	n	s	NNS

n	n	n	NNN
-----	-----	-----	-------

a. $\Omega = \{SSS, SSN, SNS, SNN, NNN, NNS, NSS, NSN\} \Rightarrow |\Omega| = 8$.

b. Gọi A là biến cố “có 3 mặt giống nhau”. $\Omega(A) = \{SSS, NNN\} \Rightarrow |\Omega(A)| = 2 \Rightarrow P(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

Câu 4. Trong hòm có 10 chi tiết, trong đó có 2 chi tiết hỏng. Tìm xác suất để khi lấy ngẫu nhiên 6 chi tiết thì có không quá 1 chi tiết hỏng.

Giải

+ Số cách lấy ra 6 chi tiết từ 10 chi tiết là C_{10}^6

$$\Rightarrow n(\Omega) = C_{10}^6 = 210$$

+ Gọi A_1 là biến cố “Trong 6 chi tiết lấy ra không có chi tiết nào hỏng”

A_2 là biến cố “Trong 6 chi tiết lấy ra có 1 chi tiết hỏng”

A là biến cố “Trong 6 chi tiết lấy ra có không quá 1 chi tiết hỏng”

+ Khi đó $A = A_1 \cup A_2$. Do A_1 và A_2 xung khắc nhau nên

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2)$$

+ Có 8 chi tiết không bị hỏng nên

$$n(A_1) = C_8^6 = 28$$

+ Số cách lấy 5 chi tiết từ 8 chi tiết KHÔNG bị hỏng là C_8^5

+ Số cách lấy 1 chi tiết từ 2 chi tiết hỏng là C_2^1

+ Theo quy tắc nhân ta có

$$n(A_2) = C_8^5 \cdot C_2^1 = 112$$

+ Do vậy ta có:

$$P(A_1) = \frac{n(A_1)}{n(\Omega)} = \frac{28}{210} = \frac{2}{15}$$

$$P(A_2) = \frac{n(A_2)}{n(\Omega)} = \frac{112}{210} = \frac{8}{15}$$

$$\Rightarrow P(A) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{8}{15} + \frac{2}{15} = \frac{2}{3}$$

Câu 5. Tính số tập hợp con của $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ chứa 1 mà không chứa 0.

Giải

+ Số tập hợp con không chứa phần tử nào của $X \setminus \{0; 1\}$ là C_5^0 .

+ Số tập hợp con chứa 1 phần tử của $X \setminus \{0; 1\}$ là C_5^1 .

+ Số tập hợp con chứa 2 phần tử của $X \setminus \{0; 1\}$ là C_5^2 .

+ Số tập hợp con chứa 3 phần tử của $X \setminus \{0; 1\}$ là C_5^3 .

+ Số tập hợp con chứa 4 phần tử của $X \setminus \{0; 1\}$ là C_5^4 .

+ Số tập hợp con chứa 5 phần tử của $X \setminus \{0; 1\}$ là C_5^5 .

Suy ra số tập hợp con của $X \setminus \{0; 1\}$ là $C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 32$. Ta hợp các tập hợp con này với $\{1\}$ thì được 32 tập hợp thỏa bài toán.

Câu 6. Một lớp có 30 học sinh trong đó gồm 8 học sinh giỏi, 15 học sinh khá và 7 học sinh trung bình. Người ta muốn chọn ngẫu nhiên 3 em để đi dự Đại Hội. Tính xác suất để chọn được:

a) Ba học sinh được chọn đều là học sinh giỏi?

b) b. Có ít nhất 1 học sinh giỏi?

Bài giải:

a) A "Chọn 3 học sinh là học sinh giỏi $\Rightarrow P(A) = \frac{C_8^3}{C_{30}^3}$

b) B "Chọn 3 học sinh có ít nhất một học sinh giỏi".

$\Rightarrow \bar{B}$ = "Chọn 3 học sinh không có học sinh giỏi nào"

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{C_{22}^3}{C_{30}^3} \Rightarrow P(\bar{B}) = \frac{C_{22}^3}{C_{30}^3}$$

Câu 7. Một hộp bóng có 12 bóng đèn, trong đó có 7 bóng tốt, lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để được:

a. Ít nhất 2 bóng tốt b. Cả 3 bóng đều không tốt

Bài giải:

a. A = "Lấy được ít nhất 2 bóng tốt"

$$A_1 = \text{"Lấy được 2 bóng tốt"} \Rightarrow P(A_1) = \frac{C_7^2 C_5^1}{C_{12}^3}.$$

$$A_2 = \text{"Lấy được 3 bóng tốt"} \Rightarrow P(A_2) = \frac{C_7^3}{C_{12}^3}.$$

$$A = A_1 \cup A_2 \Rightarrow P(A) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{C_7^2 C_5^1}{C_{12}^3} + \frac{C_7^3}{C_{12}^3}.$$

b. B = "Cả 3 bóng đều không tốt" $\Rightarrow P(B) = \frac{C_5^3}{C_{12}^3}.$

Câu 8. Cho các số 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra 1 số. Tính xác suất để số đó là:

a. Số lẻ b. Số đó chia hết cho 10 c. Số đó lớn hơn 59.000

Bài giải:

Số các số tự nhiên lẻ có 5 chữ số là: $9.9.8.7.6 = 27216$

a. A = "số lẻ có 5 chữ số"

Để là số lẻ thì chữ số cuối cùng phải là các số 1,3,5,7,9. Như vậy có 5 cách chọn chữ số cuối cùng.

Số các số là số lẻ khác nhau có 5 chữ số: $8.8.7.6.5 = 13440$.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{13440}{27216} = \frac{40}{81}$$

b. B = "Số có 5 chữ số khác nhau chia hết cho 10"

$$\Rightarrow n(B) = 9.8.7.6 = 3024$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{9.8.7.6}{9.9.8.7.6} = \frac{1}{9}$$

c. C = "Số có 5 chữ số khác nhau lớn hơn 59000"

gọi số có 5 chữ số khác nhau lớn hơn 59000 là: $\overline{abcde}$ khi đó

nếu $a=5$ thì $b=9$ còn c có 8 cách chọn, d có 7 cách chọn, e có 6 cách chọn

$$\Rightarrow \text{có } 8.7.6 = 366 \text{ cách chọn}$$

Nếu $a > 5 \Rightarrow a$ có 4 cách chọn, b có 9 cách chọn, c có 8 cách chọn, d có 7 cách chọn, e có 6 cách chọn $\Rightarrow$ có $4.9.8.7.6 = 12096$ cách chọn.

Vậy số các số có 5 chữ số khác nhau lớn hơn 59000 là: 12432

$$\Rightarrow P(C) = \frac{12432}{27216} = \frac{37}{81}$$

Câu 9. Gieo đồng thời 2 con súc sắc cân đối đồng chất. Tính xác suất để:

- Tổng số chấm ở mặt trên 2 con súc sắc bằng 6
- Hiệu số nốt ở mặt trên 2 hai con súc sắc có giá trị tuyệt đối bằng 2

Bài giải:

a. Gọi $A =$ “Tổng số chấm ở mặt trên hai con súc sắc bằng 6”

$$\Rightarrow A = \{(1,5); (2,4); (3,3); (5,1); (4,2)\} \Rightarrow n(A) = 5$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{5}{36}$$

b. $B =$ “Hiệu số nốt ở mặt trên 2 hai con súc sắc có giá trị tuyệt đối bằng 2”

$$\Rightarrow B = \{(1,3); (2,4); (3,5); (4,6); (3,1); (4,2); (5,3); (6,4)\} \Rightarrow n(B) = 8 \Rightarrow P(B) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

Câu 10. Lớp học môn xác suất gồm 70 học sinh, trong đó có 25 nữ. Chọn ngẫu nhiên ra một nhóm gồm 10 học sinh. Tính xác suất để trong nhóm chọn ra có 4 học sinh nữ.

Bài giải:

Gọi $A =$ “Chọn 4 học sinh nữ và 6 học sinh nam”

$$\Rightarrow n(A) = C_{45}^6 C_{25}^4 \Rightarrow P(A) = \frac{C_{45}^6 C_{25}^4}{C_{70}^{10}}$$

Câu 11. Một lớp có 40 học sinh, được đánh số từ 1–40. Chọn ngẫu nhiên ra một bạn học sinh. Tính xác suất để bạn được chọn:

- Mang số chẵn
- Mang số chia hết cho 3

Bài giải:

a. Gọi $A =$ “Học sinh mang số chẵn”

$$\Rightarrow n(A) = 20 \Rightarrow P(A) = \frac{20}{40} = 0,5$$

b. Gọi $B =$ “Học sinh mang số chia hết cho 3”

là các số là bội của 3 nhưng không vượt quá 40

$$\Rightarrow B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39\} \Rightarrow n(B) = 13 \Rightarrow P(B) = \frac{13}{40}$$

Câu 12. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần. Tính xác suất của các biến cố sau:

- Biến cố A : “Trong hai lần gieo ít nhất một lần xuất hiện mặt một chấm”
- Biến cố B : “Trong hai lần gieo tổng số chấm trong hai lần gieo là một số nhỏ hơn 11”

Giải

+ Không gian mẫu

$$\Omega = \{(i, j) | i, j \in \{1, 2, \dots, 6\}\} \Rightarrow n(\Omega) = 6.6 = 36$$

a. Ta có biến cố đối

$$\bar{A} = \{(i, j) | i, j \in \{2, \dots, 6\}\} \Rightarrow n(\bar{A}) = 25$$

$$P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{25}{36} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{11}{36}$$

b. Ta có:

$$\bar{B} = \{(i, j) | i, j \in \{1, 2, \dots, 6\}, i + j \geq 11\} \Rightarrow \bar{B} = \{(5, 6); (6, 5); (6, 6)\}$$

$$\Rightarrow n(\bar{B}) = 3 \Rightarrow P(\bar{B}) = \frac{n(\bar{B})}{n(\Omega)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \Rightarrow P(B) = 1 - P(\bar{B}) = \frac{11}{12}$$

- Câu 13.** Một sọt Cam có 10 trái trong đó có 4 trái hư. Lấy ngẫu nhiên ra 4 trái
- Tính xác suất để lấy được 3 trái hư
 - Tính xác suất để lấy được 1 trái hư
 - Tính xác suất để lấy được ít nhất 1 trái hư.

Bài giải:

a. Gọi $A =$ "Lấy được 3 trái hư và 1 trái tốt "

$$\Rightarrow n(A) = C_4^3 \cdot C_6^1 \Rightarrow P(A) = \frac{C_4^3 \cdot C_6^1}{C_{10}^4}$$

b. Gọi $B =$ "Lấy được 1 trái hư và 3 trái tốt "

$$\Rightarrow n(B) = C_4^1 \cdot C_6^3 \Rightarrow P(B) = \frac{C_4^1 \cdot C_6^3}{C_{10}^4}$$

c. Gọi $C =$ "Lấy được ít nhất 1 trái hư "

$\Rightarrow \bar{C} =$ "Không có trái hư nào "

$$\Rightarrow n(\bar{C}) = C_6^4 \Rightarrow P(\bar{C}) = \frac{C_6^4}{C_{10}^4} \Rightarrow P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - \frac{C_6^4}{C_{10}^4}$$

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Xét phép thử gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 6 mặt hai lần. Xét biến cố A: "Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo giống nhau". Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $n(A) = 6$. B. $n(A) = 12$. C. $n(A) = 16$. D. $n(A) = 36$.

Lời giải

Chọn A

Gọi cặp số $(x; y)$ là số chấm xuất hiện ở hai lần gieo.

Xét biến cố A: "Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo giống nhau".

Các kết quả của biến cố A là: $\{(1;1); (2;2); (3;3); (4;4); (5;5); (6;6)\}$.

Suy ra $n(A) = 6$.

Câu 2. Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp ba lần. Gọi A là biến cố "Có ít nhất hai mặt sấp xuất hiện liên tiếp" và B là biến cố "Kết quả ba lần gieo là như nhau". Xác định biến cố $A \cup B$.

- A. $A \cup B = \{SSS, SSN, NSS, SNS, NNN\}$. B. $A \cup B = \{SSS, NNN\}$.
C. $A \cup B = \{SSS, SSN, NSS, NNN\}$. D. $A \cup B = \Omega$.

Lời giải

Chọn C

$A = \{SSS, SSN, NSS\}$, $B = \{SSS, NNN\}$. Suy ra $A \cup B = \{SSS, SSN, NSS, NNN\}$.

Câu 3. Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất 5 lần. Tính số phần tử không gian mẫu.

A. 64. B. 10. C. 32. D. 16.

Lời giải

Chọn C

Mỗi lần gieo có hai khả năng nên gieo 5 lần theo quy tắc nhân ta có $2^5 = 32$.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 32$.

Câu 4. Xét phép thử gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Gọi A là biến cố "Lần đầu xuất hiện mặt 6 chấm" và B là biến cố "Lần thứ hai xuất hiện mặt 6 chấm".

Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau?

- A. A và B là hai biến cố xung khắc.
- B. $A \cup B$ là biến cố “Ít nhất một lần xuất hiện mặt 6 chấm”.
- C. $A \cap B$ là biến cố “Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai lần gieo bằng 12.
- D. A và B là hai biến cố độc lập.

Lời giải

Chọn A

Hai biến cố A và B có thể cùng xảy ra.

- Câu 5.** Rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tứ lơ khơ 52 con thì $n(\Omega)$ bằng bao nhiêu?
- A. 140608. B. 156. C. 132600. D. 22100.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_{52}^3 = 22100$.

- Câu 6.** Gieo ngẫu nhiên hai con xúc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “Có ít nhất một con xúc sắc xuất hiện mặt một chấm” là

- A. $\frac{11}{36}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{25}{36}$. D. $\frac{15}{36}$.

Lời giải

Đáp án A.

Gọi A là biến cố: “Có ít nhất một con xúc sắc xuất hiện mặt một chấm”.

Bước 1: Tìm số phần tử không gian mẫu.

Do mỗi xúc sắc có thể xảy ra 6 trường hợp nên số kết quả có thể xảy ra là $|\Omega| = 6 \cdot 6 = 36$.

Bước 2: Tìm số kết quả thuận lợi cho A.

Ta có các trường hợp sau:

$$\{(1;1);(1;2);(1;3);(1;4);(1;5);(1;6);(2;1);(3;1);(4;1);(5;1);(6;1)\} \Rightarrow |\Omega_A| = 11$$

Bước 3: Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{11}{36}$.

- Câu 7.** Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt 6 chấm xuất hiện.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gieo một con súc sắc có không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$

Xét biến cố A: “mặt 6 chấm xuất hiện”. $A = \{6\} \Rightarrow n(A) = 1$.

Do đó $P(A) = \frac{1}{6}$.

Câu 8. Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất để tổng số chấm trong hai lần gieo nhỏ hơn 6.

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{11}{36}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{5}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 6^2 = 36$.

Gọi A là biến cố “Tổng số chấm trong hai lần gieo nhỏ hơn 6”.

Tập hợp các quả của biến cố A là:

$$A = \{(1;1);(1;2);(1;3);(1;4);(2;1);(2;2);(2;3);(3;1);(3;2);(4;1)\}.$$

Số phần tử của biến cố A là: $n(A) = 10$.

$$\text{Xác suất của biến cố A là: } P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}.$$

Câu 9. Gieo ngẫu nhiên 2 con xúc sắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố: “Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc sắc bằng 1”.

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $\frac{5}{18}$. D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán:

$$A = \{(1; 2), (2; 1), (3; 2), (2; 3), (3; 4), (4; 3), (4; 5), (5; 4), (5; 6), (6; 5)\} \text{ nên } n(A) = 10.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}.$$

Câu 10. Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố nào sau đây bằng $\frac{1}{6}$?

- A. Xuất hiện mặt có số chấm lẻ.
B. Xuất hiện mặt có số chấm chẵn.
C. Xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 2 và 3.
D. Xuất hiện mặt có số chấm nhỏ hơn 3.

Lời giải

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử, ta có $n(\Omega) = 6$.

Gọi A: “Xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 2 và 3”. Khi đó $n(A) = 1$.

$$\text{Vậy xác suất của biến cố A là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}.$$

Câu 11. Gieo ngẫu nhiên một con xúc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để số chấm của hai lần gieo là bằng nhau

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{7}$. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Số chấm trong hai lần gieo là bằng nhau”

$$n(\Omega) = 36.$$

$$A = \{(1,1); (2,2); \dots; (6,6)\}, n(A) = 6.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

TÍNH XÁC SUẤT SỬ DỤNG ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN BẰNG PHƯƠNG PHÁP TRỰC TIẾP.

Câu 12. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

A. $\frac{5}{22}$

B. $\frac{6}{11}$

C. $\frac{5}{11}$

D. $\frac{8}{11}$

Lời giải

Chọn C

Số cách lấy ra 2 quả cầu trong 11 quả là C_{11}^2 , Suy ra $n(\Omega) = C_{11}^2$

Gọi A là biến cố lấy được 2 quả cùng màu. Suy ra $n(A) = C_5^2 + C_6^2$

$$\text{Xác suất của biến cố A là } P(A) = \frac{C_5^2 + C_6^2}{C_{11}^2} = \frac{5}{11}$$

Câu 13. Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh

A. $\frac{33}{91}$

B. $\frac{24}{455}$

C. $\frac{4}{165}$

D. $\frac{4}{455}$

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.

Gọi A là biến cố "3 quả cầu lấy được đều là màu xanh". Suy ra $n(A) = C_4^3 = 4$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{4}{455}.$$

Câu 14. Từ một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{1}{22}$

B. $\frac{2}{7}$

C. $\frac{5}{12}$

D. $\frac{7}{44}$

Lời giải

Chọn A

Gọi A là biến cố: "lấy được 3 quả cầu màu xanh"

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{C_5^3}{C_{12}^3} = \frac{1}{22}.$$

Câu 15. Từ một hộp chứa 9 quả cầu đỏ và 6 quả cầu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng?

A. $\frac{24}{91}$

B. $\frac{4}{91}$

C. $\frac{12}{65}$

D. $\frac{5}{21}$

Lời giải

Chọn B

Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ 15 quả cầu đã cho có C_{15}^3 cách.

Lấy được 3 quả cầu màu xanh từ 6 quả cầu xanh đã cho có C_6^3 cách.

Vậy xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh là $P = \frac{C_6^3}{C_{15}^3} = \frac{4}{91}$.

Câu 16. Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{2}{91}$

B. $\frac{12}{91}$

C. $\frac{1}{12}$

D. $\frac{24}{91}$

Lời giải**Chọn A**

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$ (phần tử).

Gọi A là biến cố: “lấy được 3 quả cầu màu xanh”.

Khi đó, $n(A) = C_5^3 = 10$ (phần tử).

Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^3}{C_{15}^3} = \frac{2}{91}$.

Câu 17. Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 4 học sinh tên Anh. Trong một lần kiểm tra bài cũ, thầy giáo gọi ngẫu nhiên hai học sinh trong lớp lên bảng. Xác suất để hai học sinh tên Anh lên bảng bằng

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{1}{20}$.

C. $\frac{1}{130}$.

D. $\frac{1}{75}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{40}^2 = 780$.

Gọi A là biến cố gọi hai học sinh tên Anh lên bảng, ta có $n(A) = C_4^2 = 6$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{6}{780} = \frac{1}{130}$.

Câu 18. Hộp A có 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Hộp B có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi, tính xác suất để hai viên bi được lấy ra có cùng màu.

A. $\frac{91}{135}$.

B. $\frac{44}{135}$.

C. $\frac{88}{135}$.

D. $\frac{45}{88}$.

Lời giải**Chọn B**

Số phần tử của không gian mẫu: $15 \cdot 18 = 270$.

Số cách chọn từ mỗi hộp 1 viên bi sau cho 2 viên bi cùng màu là: $4 \cdot 7 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 5 = 88$.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{88}{270} = \frac{44}{135}$.

Câu 19. Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ là

A. $\frac{1}{14}$.

B. $\frac{1}{210}$.

C. $\frac{13}{14}$.

D. $\frac{209}{210}$.

Lời giải**Chọn C**

$$n(\Omega) = C_{10}^4 = 210.$$

Gọi A là biến cố: "trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ" $\Rightarrow n(A) = C_{10}^4 - C_6^4 = 195$

$$\text{Vậy xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{195}{210} = \frac{13}{14}.$$

Câu 20. Một hộp đèn có 12 bóng, trong đó có 4 bóng hỏng. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để trong 3 bóng có 1 bóng hỏng.

A. $\frac{11}{50}$.

B. $\frac{13}{112}$.

C. $\frac{28}{55}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.**Chọn C**

Trong 3 bóng có 1 bóng hỏng

$$\text{Ta có } n(\Omega) = C_{12}^3 = 220.$$

Gọi biến cố A : "Trong 3 bóng lấy ra có 1 bóng hỏng".

$$\text{Tính được } n(\Omega_A) = C_4^1 \cdot C_8^2 = 112$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{112}{220} = \frac{28}{55}$$

Câu 21. Trong một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 bạn trong tổ tham gia đội tình nguyện của trường. Tính xác suất để 3 bạn được chọn toàn là nam.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải**Chọn A**

Xét phép thử: Chọn ngẫu nhiên 3 trong 10 bạn trong tổ, ta có $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố: "3 bạn được chọn toàn nam", ta có $n(A) = C_6^3$.

$$\text{Xác suất của biến cố } A: P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{6}.$$

Câu 22. Trong một đợt kiểm tra định kỳ, giáo viên chuẩn bị một hộp đựng 15 câu hỏi gồm 5 câu hỏi Hình học và 10 câu hỏi Đại số khác nhau. Mỗi học sinh bốc ngẫu nhiên từ hộp đó 3 câu hỏi để làm đề thi cho mình. Tính xác suất để một học sinh bốc được đúng một câu hình học.

A. $\frac{45}{91}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{200}{273}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải**Chọn A**

Xét phép thử: "Chọn 3 câu hỏi từ 15 câu hỏi" $\Rightarrow n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.

Gọi A là biến cố: “Chọn được đúng 1 câu hình” $n(\Omega_A) = C_5^1 \cdot C_{10}^2 = 225 \Rightarrow P_A = \frac{45}{91}$.

Câu 23. Một người chọn ngẫu nhiên 2 chiếc giày từ 5 đôi giày cỡ khác nhau. Tính xác suất để 2 chiếc giày được chọn tạo thành một đôi.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Phép thử “Chọn ngẫu nhiên 2 chiếc giày từ 5 đôi giày cỡ khác nhau” có không gian mẫu là $\Omega \Rightarrow n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

A là biến cố “Chọn ngẫu nhiên 2 chiếc giày từ 5 đôi giày cỡ khác nhau sao cho 2 chiếc giày tạo thành một đôi giày”.

Chọn đồng thời 2 chiếc giày để tạo thành một đôi $\Rightarrow$ Có 5 khả năng.

Số khả năng thuận lợi cho biến cố A là: $n(A) = 5$

Vậy xác suất để chọn ngẫu nhiên 2 chiếc giày từ 5 đôi giày cỡ khác nhau sao cho 2 chiếc giày tạo thành một đôi giày là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{45} = \frac{1}{9}$.

Câu 24. Giải bóng chuyền VTV Cup có 16 đội tham gia trong đó có 12 đội nước ngoài và 4 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 4 bảng đấu A, B, C, D mỗi bảng 4 đội. Tính xác suất để 4 đội của Việt Nam nằm ở 4 bảng đấu khác nhau.

- A. $\frac{391}{455}$. B. $\frac{8}{1365}$. C. $\frac{32}{1365}$. D. $\frac{64}{455}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{16}^4 \cdot C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot 1 = 63063000$.

Gọi A: “Mỗi đội Việt Nam ở 4 bảng khác nhau”.

Ta có: $n(A) = 4 \cdot C_{12}^3 \cdot 3 \cdot C_9^3 \cdot 2 \cdot C_6^3 \cdot 1 = 8870400$.

Xác suất cần tìm là: $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8870400}{63063000} = \frac{64}{455}$.

Câu 25. Trong một hộp có 12 bóng đèn, trong đó có 4 bóng đèn hỏng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc 3 bóng đèn. Tính xác suất để lấy được 3 bóng tốt.

- A. $\frac{28}{55}$. B. $\frac{14}{55}$. C. $\frac{1}{55}$. D. $\frac{28}{55}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu của phép thử lấy ngẫu nhiên cùng lúc 3 bóng đèn từ hộp có 12 bóng đèn là $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố: “3 bóng đèn lấy ra là 3 bóng tốt”.

Ta có: $n(A) = C_8^3 = 56$.

Xác suất để lấy được 3 bóng tốt là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{56}{220} = \frac{14}{55}$.

Câu 26. Có 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, một toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

A. $\frac{5}{16}$.

B. $\frac{7}{16}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{3}{16}$.

Lời giải**Chọn D**Không gian mẫu: $n(\Omega) = 4.4.4.4 = 256$

Chọn 1 toa để xếp 3 người có 4 cách chọn

Xếp 3 người vào toa đó có: $C_4^3 = 4$ cách

Chọn 1 toa để xếp 1 người có 3 cách chọn

Tổng số cách chọn thỏa mãn là: $n(A) = 4.4.3 = 48$ cách

$$\text{Vậy xác suất là: } P(A) = \frac{n(\Omega)}{n(A)} = \frac{48}{256} = \frac{3}{16}.$$

Câu 27. Một hộp chứa 35 quả cầu gồm 20 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 20 và 15 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 15. Lấy ngẫu nhiên từ hộp đó một quả cầu. Tính xác suất để lấy được quả màu đỏ hoặc ghi số lẻ.

A. $\frac{5}{7}$.

B. $\frac{28}{35}$.

C. $\frac{4}{7}$.

D. $\frac{27}{35}$.

Lời giải**Chọn B**

Lấy ngẫu nhiên từ hộp đó một quả cầu có 35 cách.

Lấy được một quả cầu màu đỏ có 20 cách, lấy được một quả cầu màu xanh ghi số lẻ có 8 cách.

Do đó để lấy được quả màu đỏ hoặc ghi số lẻ có 28 cách.

$$\text{Do đó xác suất cần tìm là: } \frac{28}{35}.$$

Câu 28. Có hai hộp, mỗi hộp chứa 5 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 5. Rút ngẫu nhiên từ mỗi hộp một tấm thẻ. Tính xác suất để 2 thẻ rút ra đều ghi số chẵn.

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{21}{25}$.

C. $\frac{4}{9}$.

D. $\frac{4}{25}$.

Lời giải**Chọn D**Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 5.5 = 25$.

Gọi A: “2 lấy ra đều ghi số chẵn”

$$n(A) = 2.2 = 4.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{4}{25}.$$

Câu 29. Bình có bốn đôi giày khác nhau gồm bốn màu: đen, trắng, xanh và đỏ. Một buổi sáng đi học, vì vội vàng, Bình đã lấy ngẫu nhiên hai chiếc giày từ bốn đôi giày đó. Tính xác suất để Bình lấy được hai chiếc giày cùng màu?

A. $\frac{1}{7}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{14}$.

D. $\frac{2}{7}$.

Lời giảiTa có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^2 = 28$.Gọi A: “Bình lấy được hai chiếc giày cùng màu” suy ra $n(A) = 4$.

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{7}.$$

Vậy xác suất để Bình lấy được hai chiếc giày cùng màu là $\frac{1}{7}$.

Câu 30. Có 5 học sinh không quen biết nhau cùng đến một cửa hàng kem có 6 quầy phục vụ. Xác suất để có 3 học sinh cùng vào một quầy và 2 học sinh còn lại vào một quầy khác là

A. $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot 5!}{6^5}$. B. $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_5^1}{6^5}$. C. $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot 5!}{5^6}$. D. $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_5^1}{5^6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có mỗi học sinh có 6 cách chọn quầy phục vụ nên $n(\Omega) = 6^5$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn 3 học sinh trong 5 học sinh để vào cùng một quầy C_5^3 .

Sau đó chọn 1 quầy trong 6 quầy để các em vào là C_6^1 .

Còn 2 học sinh còn lại có C_5^1 cách chọn quầy để vào cùng.

$$\text{Nên } n(A) = C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_5^1.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_5^1}{6^5}.$$

Câu 31. Một hộp có 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 2 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu. Tính xác suất để chọn được 2 quả cầu khác màu.

A. $\frac{17}{18}$. B. $\frac{1}{18}$. C. $\frac{5}{18}$. D. $\frac{13}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = C_9^2$.

Gọi A là biến cố chọn được hai quả cầu khác màu.

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố chọn được hai quả cầu cùng màu.

$$\text{Ta có: } |\bar{A}| = C_4^2 + C_3^2 + C_2^2 = 10 \Rightarrow |A| = |\Omega| - |\bar{A}| = 26.$$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}.$$

Câu 32. Trong một đợt kiểm tra định kì, giáo viên chuẩn bị một chiếc hộp đựng 15 câu hỏi gồm 5 câu hỏi Hình học và 10 câu hỏi Đại số khác nhau. Mỗi học sinh bốc ngẫu nhiên từ hộp đó 3 câu hỏi để làm đề thi cho mình. Tính xác suất để một học sinh bốc được đúng 1 câu hỏi Hình học.

A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{45}{91}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{200}{273}$.

Lời giải

$$\text{Xác suất để một học sinh bốc được đúng 1 câu hỏi Hình học là } P = \frac{C_5^1 \cdot C_{10}^2}{C_{15}^3} = \frac{45}{91}.$$

Câu 33. Một người làm vườn có 12 cây giống gồm 6 cây xoài, 4 cây mít và 2 cây ổi. Người đó muốn chọn ra 6 cây giống để trồng. Tính xác suất để 6 cây được chọn, mỗi loại có đúng 2 cây.

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. $\frac{15}{154}$.

D. $\frac{25}{154}$.

Lời giảiSố phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{12}^6 = 924$.Gọi A là biến cố: “6 cây được chọn, mỗi loại có đúng 2 cây”.Ta có: $n(A) = C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = 15 \cdot 6 \cdot 1 = 90$.

$$\text{Vậy: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{90}{924} = \frac{15}{154}.$$

Câu 34. Một hộp đựng 7 quả cầu màu trắng và 3 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 quả cầu. Tính xác suất để trong 4 quả cầu lấy được có đúng 2 quả cầu đỏ.

A. $\frac{21}{71}$.

B. $\frac{20}{71}$.

C. $\frac{62}{211}$.

D. $\frac{21}{70}$.

Lời giảiLấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 quả cầu nên số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{10}^4 = 210$.Gọi A là biến cố “4 quả cầu lấy được có đúng 2 quả cầu đỏ”.

$$\text{Số kết quả thuận lợi của } A \text{ là: } n(A) = C_3^2 \cdot C_7^2 = 63 \text{ nên: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{63}{210} = \frac{21}{70}.$$

Câu 35. Một hộp đựng 9 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Tìm xác suất để 3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 viên bi màu xanh.

A. $\frac{10}{21}$.

B. $\frac{5}{14}$.

C. $\frac{25}{42}$.

D. $\frac{5}{42}$.

Lời giảiSố phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_9^3$.Gọi biến cố A : “lấy được ít nhất 2 viên bi màu xanh”. Suy ra $n(A) = C_5^2 \cdot C_4^1 + C_5^3$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{25}{42}.$$

Câu 36. Trong một hộp đựng 7 bi màu đỏ, 5 bi màu xanh và 3 bi vàng, lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để 3 viên bi lấy được đều có màu đỏ.

A. $\frac{1}{13}$.

B. $\frac{3}{7}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{7}{15}$.

Lời giảiTổng số có $7+5+3=15$ viên bi.Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên có $C_{15}^3 = 455$ (cách lấy).Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 455$.Gọi A : 3 viên bi lấy được đều có màu đỏ”.Lấy 3 viên bi màu đỏ từ 7 viên bi màu đỏ có $C_7^3 = 35 \Rightarrow n(A) = 35$.

Vậy xác suất để 3 viên bi lấy được đều có màu đỏ là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{45}{455} = \frac{1}{13}$.

Câu 37. Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được ó cả nam và nữ.

- A. $\frac{90}{119}$. B. $\frac{30}{119}$. C. $\frac{125}{7854}$. D. $\frac{6}{119}$.

Lời giải

Số kết quả có thể xảy ra $|\Omega| = C_{35}^3$.

Gọi A là biến cố “trong 3 đoàn viên được ó cả nam và nữ”.

Ta có: $|\Omega_A| = C_{15}^2 C_{20}^1 + C_{15}^1 C_{20}^2$. Vậy: $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{90}{119}$.

Câu 38. Lớp 11B có 25 đoàn viên, trong đó có 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ.

- A. $\frac{7}{920}$. B. $\frac{27}{92}$. C. $\frac{3}{115}$. D. $\frac{9}{92}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{25}^3$.

Gọi A là biến cố “3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ”.

Số phần tử của A là $n(A) = C_{10}^2 \cdot C_{15}^1$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^2 \cdot C_{15}^1}{C_{25}^3} = \frac{27}{92}$.

Câu 39. Một tổ học sinh có 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho hai người được chọn đều là nữ.

- A. $\frac{2}{15}$. B. $\frac{7}{15}$. C. $\frac{8}{15}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 2 người trong 10 người có C_{10}^2 cách chọn.

Hai người được chọn đều là nữ có C_4^2 cách.

Xác suất để hai người được chọn đều là nữ là: $\frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.

Câu 40. Một lô hàng có 20 sản phẩm, trong đó 4 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm.

- A. $\frac{91}{323}$. B. $\frac{637}{969}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{91}{285}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 38760$.

Kết quả trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm là $n(A) = C_{16}^5 \cdot C_4^1 + C_{16}^6 = 25480$.

Xác suất cần tìm là: $P = \frac{25480}{38760} = \frac{637}{969}$.

Câu 41. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 5 quyển sách lý, 6 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển sách được lấy ra có ít nhất một quyển sách toán.

- A. $\frac{24}{91}$. B. $\frac{58}{91}$. C. $\frac{24}{455}$. D. $\frac{33}{91}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{15}^3$.

Gọi A là biến cố “quyển sách được lấy ra có ít nhất một quyển sách toán”.

Ta có $n(A) = C_{15}^3 - C_{11}^3$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{15}^3 - C_{11}^3}{C_{15}^3} = \frac{58}{91}$.

Câu 42. Có 8 cái bút khác nhau và 9 quyển vở khác nhau được gói trong 17 hộp. Một học sinh được chọn bất kỳ hai hộp. Xác suất để học sinh đó chọn được một cặp bút và vở là

- A. $\frac{1}{17}$. B. $\frac{9}{17}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{9}{34}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{17}^2 = 136$.

Số cách chọn được một cặp bút và vở là: $n(A) = C_8^1 \cdot C_9^1 = 72$.

Xác suất để học sinh đó chọn được một cặp bút và vở là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{72}{136} = \frac{9}{17}$.

Câu 43. Lớp 12A2 có 10 học sinh giỏi, trong đó có 6 nam và 4 nữ. Cần chọn ra 3 học sinh đi dự hội nghị “Đổi mới phương pháp dạy và học” của nhà trường. Tính xác suất để có đúng hai học sinh nam và một học sinh nữ được chọn. Giả sử tất cả các học sinh đó đều xứng đáng được đi dự đại hội như nhau.

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Số cách chọn ba học sinh tùy ý từ 10 học sinh giỏi là $C_{10}^3 = 120$ cách.

Số cách chọn để có đúng hai học sinh nam và một học sinh nữ là $C_6^2 \cdot C_4^1 = 60$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{60}{120} = \frac{1}{2}$.

Câu 44. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Tính xác suất để trong bốn người được chọn có ít nhất ba nữ.

- A. $\frac{70}{143}$. B. $\frac{73}{143}$. C. $\frac{56}{143}$. D. $\frac{87}{143}$.

Lời giải

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{13}^4 = 715$ (cách chọn).

Gọi A là biến cố “Bốn người được chọn có ít nhất ba nữ”.

Ta có $n(A) = C_8^3 C_5^1 + C_8^4 = 350$ (cách chọn).

Suy ra $P(A) = \frac{350}{715} = \frac{70}{143}$.

Câu 45. Một bình đựng 8 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Xác suất để có được ít nhất hai viên bi xanh là bao nhiêu?

- A. $\frac{41}{55}$. B. $\frac{14}{55}$. C. $\frac{28}{55}$. D. $\frac{42}{55}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$ (cách chọn).

Gọi A là biến cố “Lấy được ít nhất hai viên bi xanh”.

Ta có $n(A) = C_8^2 C_4^1 + C_8^3 C_4^0 = 168$ (cách chọn).

Vậy xác suất $P(A) = \frac{168}{220} = \frac{42}{55}$.

Câu 46. Một túi đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất để cả hai bi đều đỏ là.

- A. $\frac{7}{15}$. B. $\frac{7}{45}$. C. $\frac{8}{15}$. D. $\frac{2}{15}$.

Lời giải

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Gọi A : "Hai bi lấy ra đều là bi đỏ".

Khi đó $n(A) = C_4^2 = 6$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{15}$.

Câu 47. Một đoàn tình nguyện, đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng 20 suất quà cho 10 em học sinh nghèo học giỏi. Trong 20 suất quà đó gồm 7 chiếc áo mùa đông, 9 thùng sữa tươi và 4 chiếc cặp sách. Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Biết rằng mỗi em được nhận 2 suất quà khác loại (ví dụ: 1 chiếc áo và 1 thùng sữa tươi). Trong số các em được nhận quà có hai em Việt và Nam. Tính xác suất để hai em Việt và Nam đó nhận được suất quà giống nhau?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{1}{15}$. D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta chia các suất quà như sau: 6 áo và 6 thùng sữa, 3 thùng sữa và 3 cặp, 1 cặp và 1 áo.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

TH1: Nam và Việt nhận một thùng sữa và một chiếc áo: C_6^2 .

TH2: Nam và Việt nhận một thùng sữa và một chiếc cặp: C_3^2 .

Gọi A là biến cố để hai em Việt và Nam nhận được suất quà giống nhau.

$\Rightarrow n(A) = C_6^2 + C_3^2 = 18$.

Vậy: $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5}$.

Câu 48. Một tổ chuyên môn tiếng Anh của trường đại học X gồm 7 thầy giáo và 5 cô giáo, trong đó thầy Xuân và cô Hạ là vợ chồng. Tổ chọn ngẫu nhiên 5 người để lập hội đồng chấm thi vấn đáp tiếng Anh B1 khung châu Âu. Xác suất sao cho hội đồng có 3 thầy, 2 cô và nhất thiết phải có thầy Xuân hoặc cô Hạ nhưng không có cả hai là

- A. $\frac{5}{44}$. B. $\frac{5}{88}$. C. $\frac{85}{792}$. D. $\frac{85}{396}$.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn ngẫu nhiên 5 người từ 12 người là $n(\Omega) = C_{12}^5$.

Trường hợp 1. Trong hội đồng gồm thầy *Xuân*, 2 thầy giáo trong số 6 thầy giáo còn lại, và 2 cô giáo trong số 4 cô giáo (cô *Hạ* không được chọn). Có $C_6^2 \cdot C_4^2$ cách chọn.

Trường hợp 2. Trong hội đồng gồm cô *Hạ*, 1 cô giáo trong số 4 cô giáo còn lại, và 3 thầy giáo trong số 6 thầy giáo (thầy *Xuân* không được chọn). Có $C_4^1 \cdot C_6^3$ cách chọn.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P = \frac{C_6^2 \cdot C_4^2 + C_4^1 \cdot C_6^3}{C_{12}^5} = \frac{85}{396}.$$

Câu 49. Đội tuyển học sinh giỏi Toán 12 trường THPT Yên Dũng số 3 gồm 8 học sinh, trong đó có 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh đi thi học sinh giỏi cấp Huyện. Tính xác suất để 5 học sinh được chọn đi thi có cả nam và nữ và học sinh nam nhiều hơn học sinh nữ

A. $p = \frac{11}{56}$.

B. $p = \frac{45}{56}$.

C. $p = \frac{46}{56}$.

D. $p = \frac{55}{56}$.

Lời giải**Chọn B**

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_8^5 = 56$

Gọi A là biến cố: “5 học sinh được chọn đi thi có cả nam và nữ và học sinh nam nhiều hơn học sinh nữ”.

Xét các khả năng xảy ra của A

Trường hợp 1: 5 học sinh được chọn gồm 4 nam và 1 nữ. Số cách chọn là $C_5^4 \cdot C_3^1 = 15$

Trường hợp 2: 5 học sinh được chọn gồm 3 nam và 2 nữ. Số cách chọn là $C_5^3 \cdot C_3^2 = 30$

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 45$

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là } p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{45}{56}$$

Câu 50. Một đoàn tình nguyện đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng 20 suất quà cho 10 em học sinh nghèo học giỏi. Trong 20 suất quà đó gồm 7 chiếc áo mùa đông, 9 thùng sữa tươi và 4 chiếc cặp sách. Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Biết rằng mỗi em nhận hai suất quà khác loại (ví dụ một chiếc áo và một thùng sữa tươi). Trong số các em được nhận quà có hai em Việt và Nam. Tính xác suất để hai em Việt và Nam đó nhận được suất quà giống nhau?

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{1}{15}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải**Chọn B**

Gọi x là số bạn học sinh nhận quà là 1 chiếc áo mùa đông và 1 thùng sữa tươi.

Gọi y là số bạn học sinh nhận quà là 1 chiếc áo mùa đông và 1 chiếc cặp sách.

Gọi z là số bạn học sinh nhận quà là 1 thùng sữa và 1 chiếc cặp sách.

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x + y = 7 \\ x + z = 9 \\ y + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{cases}.$$

Không gian mẫu Ω là: “Chọn 2 suất quà trong 10 suất quà” $\Rightarrow n(\Omega) = C_{10}^2$.

Biến cố A là: “Bạn Việt và Nam nhận được phần quà giống nhau” $\Rightarrow n(A) = C_6^2 + C_3^2$.

$$\text{Xác suất xảy ra biến cố } A \text{ là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{5}.$$

Câu 51. Một cái hộp chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy lần lượt 2 viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh.

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{7}{24}$. C. $\frac{11}{12}$. D. $\frac{7}{9}$.

Lời giải

Ta có: Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^1 \cdot C_9^1$.

Gọi A là biến cố: “ Viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh”.

- Trường hợp 1: Lần 1 lấy viên đỏ, lần 2 lấy viên xanh: Có $C_6^1 \cdot C_4^1$ cách chọn

- Trường hợp 2: Lần 1 lấy viên xanh, lần 2 lấy viên xanh: Có $C_4^1 \cdot C_3^1$ cách chọn

$$n(A) = C_6^1 \cdot C_4^1 + C_4^1 \cdot C_3^1.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24+12}{10 \cdot 9} = \frac{2}{5}.$$

Câu 52. Một cái hộp chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy lần lượt 2 viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh.

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{7}{24}$. C. $\frac{11}{12}$. D. $\frac{7}{9}$.

Lời giải

Ta có: Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^1 \cdot C_9^1$.

Gọi A là biến cố: “ Viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh”.

- Trường hợp 1: Lần 1 lấy viên đỏ, lần 2 lấy viên xanh: Có $C_6^1 \cdot C_4^1$ cách chọn

- Trường hợp 2: Lần 1 lấy viên xanh, lần 2 lấy viên xanh: Có $C_4^1 \cdot C_3^1$ cách chọn

$$n(A) = C_6^1 \cdot C_4^1 + C_4^1 \cdot C_3^1.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24+12}{10 \cdot 9} = \frac{2}{5}.$$

Câu 53. Một tổ gồm 9 học sinh gồm 4 học sinh nữ và 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên từ tổ đó ra 3 học sinh. Xác suất để trong 3 học sinh chọn ra có số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ bằng:

- A. $\frac{17}{42}$. B. $\frac{5}{42}$. C. $\frac{25}{42}$. D. $\frac{10}{21}$.

Lời giải

Có $C_9^3 = 84$ cách chọn 3 học sinh bất kì.

Chọn 3 học sinh mà số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ có các trường hợp

+ Có 3 học sinh nam: Có $C_5^3 = 10$ cách chọn

+ Có 2 học sinh nam, 1 học sinh nữ: Có $C_5^2 \cdot C_4^1 = 40$ cách chọn

$$\text{Xác suất cần tìm là } P = \frac{10+40}{84} = \frac{25}{42}.$$

Câu 54. Đội thanh niên xung kích của trường THPT Chuyên Biên Hòa có 12 học sinh gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 3 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh để làm nhiệm vụ mỗi buổi sáng. Tính xác suất sao cho 4 học sinh được chọn thuộc không quá hai khối.

- A. $\frac{5}{11}$. B. $\frac{6}{11}$. C. $\frac{21}{22}$. D. $\frac{15}{22}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 = 495$.

Số cách chọn ra 4 học sinh thuộc cả ba khối là: $C_5^2 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 + C_5^1 \cdot C_4^2 \cdot C_3^1 + C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^2 = 270$

Số cách chọn ra 4 học sinh thuộc không quá hai khối là $C_{12}^4 - 270 = 225$

Xác suất để chọn ra 4 học sinh thuộc không quá hai khối là $P = \frac{225}{495} = \frac{5}{11}$.

Câu 55. Chọn ngẫu nhiên một số có 2 chữ số từ các số 00 đến 99. Xác suất để có một con số tận cùng là 0 là

- A. 0,2. B. 0,1. C. 0,3. D. 0,4.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu $\Omega = 100$

Gọi A là biến cố số được chọn có con số tận cùng là 0

$$\Rightarrow n(A) = 10 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{\Omega} = \frac{10}{100} = 0,1$$

Câu 56. Gọi S là tập các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được tạo từ tập $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để số được chọn là một số chẵn.

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là biến cố chọn ngẫu nhiên một số từ tập S sao cho số đó là số chẵn.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = A_5^4$

Gọi số có 4 chữ số khác nhau là số chẵn có dạng $\overline{abcd}$

Chọn $d = \{2; 4\}$ có 2 cách. Chọn ba số xếp vào ba vị trí a, b, c có A_4^3

$$\text{Vậy có } 2 \cdot A_4^3 = 48 \text{ số chẵn có 4 chữ số khác nhau} \Rightarrow n(A) = 48 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{48}{120} = \frac{2}{5}.$$

Câu 57. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi B là tập hợp các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau được lập từ A. Chọn thứ tự 2 số thuộc tập B. Tính xác suất để 2 số được chọn có đúng một số có mặt chữ số 3.

- A. $\frac{156}{360}$. B. $\frac{160}{359}$. C. $\frac{80}{359}$. D. $\frac{161}{360}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn 4 số khác nhau và xếp có thứ tự từ tập hợp có 6 chữ số, có $A_6^4 = 360$ số.

Vì vậy số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 360.359 = 129240$.

Trong các số thuộc tập B có $4!C_5^3 = 240$ số luôn có mặt chữ số 3. Và trong tập B có 120 số không có mặt chữ số 3.

Chọn 2 số thuộc tập B có thứ tự, trong đó có đúng một số có mặt chữ số 3 có

$$2!C_{240}^1 \cdot C_{120}^1 = 57600 \text{ cách.}$$

$$\text{Do đó: } P = \frac{57600}{129240} = \frac{160}{359}.$$

Câu 58. Một hộp đựng tám thẻ được ghi số từ 1 đến 8. Lấy ngẫu nhiên từ hộp đó ba thẻ, tính xác suất để tổng các số ghi trên ba thẻ đó bằng 11.

A. $\frac{5}{56}$.

B. $\frac{4}{56}$.

C. $\frac{3}{56}$.

D. $\frac{1}{28}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu là số cách lấy 3 thẻ từ 8 thẻ, do đó ta có $n(\Omega) = C_8^3 = 56$.

Gọi A là biến cố ba thẻ lấy ra có tổng bằng 11.

$$\text{Ta có } 11 = 1 + 2 + 8 = 1 + 3 + 7 = 1 + 4 + 6 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5.$$

Như vậy có 5 kết quả thuận lợi xảy ra biến cố A , tức là: $n(A) = 5$.

Vậy xác suất cần để tổng các số ghi trên ba thẻ lấy ra bằng 11 là: $P(A) = \frac{5}{56}$.

Câu 59. Thầy Bình đặt lên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm mang số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{99}{667}$.

B. $\frac{8}{11}$.

C. $\frac{3}{11}$.

D. $\frac{99}{167}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{30}^{10}$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán.

- Lấy 5 tấm thẻ mang số lẻ: có C_{15}^5 cách.

- Lấy 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10: có C_3^1 cách.

- Lấy 4 tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho 10: có C_{12}^4 .

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{C_{15}^5 \cdot C_3^1 \cdot C_{12}^4}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}.$$

Câu 60. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên A có bốn chữ số. Gọi N là số thỏa mãn $3^N = A$. Xác suất để N là số tự nhiên bằng:

A. $\frac{1}{4500}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{2500}$.

D. $\frac{1}{3000}$.

Lời giải

Ký hiệu B là biến cố lấy được số tự nhiên A thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có: $3^N = A \Leftrightarrow N = \log_3 A$.

Để N là số tự nhiên thì $A = 3^m$ ($m \in \mathbb{N}$).

Những số A dạng có 4 chữ số gồm $3^7 = 2187$ và $3^8 = 6561$

$$n(\Omega) = 9000; \quad n(B) = 2$$

$$\text{Suy ra: } P(B) = \frac{1}{4500}.$$

Câu 61. Có hai hộp, mỗi hộp chứa 5 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 5. Rút ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 tấm thẻ. Tính xác suất để 2 thẻ rút ra đều ghi số chẵn.

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{21}{25}$.

C. $\frac{4}{25}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Thẻ thứ nhất có 5 cách rút, thẻ thứ hai có 5 cách rút do đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 5 \cdot 5 = 25$.

Gọi A là biến cố “Hai thẻ rút ra đều mang số chẵn”.

Rút được thẻ thứ nhất mang số chẵn có 2 cách (rút được 2 hoặc 4), tương tự với thẻ thứ hai. Vậy $n(A) = 2 \cdot 2 = 4$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{4}{25}.$$

Câu 62. Một người gọi điện thoại, quên hai chữ số cuối và chỉ nhớ rằng hai chữ số đó phân biệt. Tính xác suất để người đó gọi một lần đúng số cần gọi.

A. $\frac{83}{90}$.

B. $\frac{1}{90}$.

C. $\frac{13}{90}$.

D. $\frac{89}{90}$.

Lời giải

Gọi $A = \{0; 1; 2; \dots; 9\}$.

Gọi $\overline{ab}$ là hai chữ số cuối của số điện thoại ($a \neq b$).

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = A_2^2 = 90$.

Gọi A là biến cố “Người đó gọi một lần đúng số cần gọi” $\Rightarrow n(A) = 1$.

$$\text{Vậy xác suất để người đó gọi một lần đúng số cần gọi là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{90}.$$

Câu 63. Trong một hòm phiếu có 9 lá phiếu ghi các số tự nhiên từ 1 đến 9 (mỗi lá ghi một số, không có hai lá phiếu nào được ghi cùng một số). Rút ngẫu nhiên cùng lúc hai lá phiếu. Tính xác suất để tổng hai số ghi trên hai lá phiếu rút được là một số lẻ lớn hơn hoặc bằng 15.

A. $\frac{5}{18}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi $A =$ "tổng hai số ghi trên hai lá phiếu rút được là một số lẻ lớn hơn hoặc bằng 15"

Ta có các cặp số có tổng là số lẻ và lớn hơn hoặc bằng 15 là $(6;9); (7;8); (9;7) \Rightarrow n(A) = 3$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

Câu 64. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số 1, 2, 3, 4, ..., 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời 2 thẻ và nhân hai số ghi trên hai thẻ lại với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là số chẵn.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{5}{18}$. C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{13}{18}$.

Lời giải

Có bốn thẻ chẵn $\{2; 4; 6; 8\}$ và 5 thẻ lẻ $\{1; 3; 5; 7; 9\}$.

Rút ngẫu nhiên hai thẻ, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^2 = 36$

Gọi A là biến cố “tích nhận được là số chẵn”, số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_4^2 + C_4^1 \cdot C_5^1 = 26$

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$.

Câu 65. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số của tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp S . Tính xác suất để số được chọn có 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ.

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{40}$. D. $\frac{1}{10}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = A_6^4 = 360$.

Gọi A là biến cố: “Số được chọn có 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ”.

Chọn hai chữ số chẵn: C_3^2 cách.

Chọn hai chữ số lẻ: C_3^2 cách.

Sắp xếp 4 chữ số được chọn thành một số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt: $4!$ cách.

Suy ra $n(A) = C_3^2 \cdot C_3^2 \cdot 4! = 216$.

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{216}{360} = \frac{3}{5}$.

Câu 66. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

- A. $\frac{11}{21}$. B. $\frac{221}{441}$. C. $\frac{10}{21}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

* Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{21}^2 = 210$.

* Gọi biến cố A = “Chọn được hai số có tổng là một số chẵn”, trong 21 số nguyên dương đầu tiên có 11 số lẻ và 10 số chẵn, để hai số chọn được có tổng là một số chẵn điều kiện là cả hai số cùng chẵn hoặc cùng lẻ $\Rightarrow$ Số phần tử của biến cố A là: $n(A) = C_{10}^2 + C_{11}^2 = 100$.

* Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{21}$.

Câu 67. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

- A. $\frac{365}{729}$. B. $\frac{14}{27}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{13}{27}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là tập tất cả các số nguyên dương đầu tiên.

$$A = \{1; 2; 3; \dots; 26; 27\}$$

Chọn hai số khác nhau từ A có: $n(\Omega) = C_{27}^2 = 351$.

Tổng hai số là số chẵn khi cả hai số đó đều chẵn hoặc đều lẻ,

Do đó:

Chọn hai số chẵn khác nhau từ tập A có: $C_{13}^2 = 78$.

Chọn hai số lẻ khác nhau từ tập A có: $C_{14}^2 = 91$.

Số cách chọn là: $78 + 91 = 169$.

Xác suất cần tìm là: $P = \frac{169}{351} = \frac{13}{27}$.

Câu 68. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

- A. $\frac{265}{529}$. B. $\frac{12}{23}$. C. $\frac{11}{23}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Trong 23 số nguyên dương đầu tiên, có 12 số lẻ và 11 số chẵn.

Chọn 2 số khác nhau từ 23 số, có C_{23}^2 cách chọn nên số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{23}^2$.

Gọi A là biến cố: “Chọn được hai số có tổng là một số chẵn”.

Để hai số được chọn có tổng là một số chẵn thì hai số đó phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

+ Trường hợp 1: Chọn hai số chẵn khác nhau từ 11 số chẵn, có C_{11}^2 cách chọn.

+ Trường hợp 2: Chọn hai số lẻ khác nhau từ 12 số lẻ, có C_{12}^2 cách chọn.

Do đó $n(A) = C_{11}^2 + C_{12}^2$.

Xác suất cần tính là $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{11}^2 + C_{12}^2}{C_{23}^2} = \frac{11}{23}$.

Câu 69. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{13}{25}$. C. $\frac{12}{25}$. D. $\frac{313}{625}$.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên là $C_{25}^2 = 300 \Rightarrow n(\Omega) = 300$.

Gọi A là biến cố “Tổng hai số được chọn là một số chẵn”. Ta có hai trường hợp:

+ TH 1: Chọn 2 số chẵn từ 12 số chẵn có $C_{12}^2 = 66$ cách.

+ TH 2: Chọn 2 số lẻ từ 13 số lẻ có $C_{13}^2 = 78$ cách.

Do đó $n(A) = 66 + 78 = 144$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{144}{300} = \frac{12}{25}$.

Câu 70. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;16]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng.

A. $\frac{683}{2048}$

B. $\frac{1457}{4096}$

C. $\frac{19}{56}$

D. $\frac{77}{512}$

Lời giải

Chọn A

Gọi 3 số cần viết ra là a, b, c . Ta có $n(\Omega) = 16^3$.

Phân đoạn $[1;16]$ ra thành 3 tập:

$X = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ là những số chia hết cho 3 dư 0, có 5 số.

$Y = \{1, 4, 7, 10, 13, 16\}$ là những số chia hết cho 3 dư 1, có 6 số.

$Z = \{2, 5, 8, 11, 14\}$ là những số chia hết cho 3 dư 2, có 5 số.

Ta thấy 3 số a, b, c do A, B, C viết ra có tổng chia hết cho 3 ứng với 2 trường hợp sau:

TH1: cả 3 số a, b, c cùng thuộc một tập, số cách chọn là $6^3 + 5^3 + 6^3 = 466$.

TH2: cả 3 số a, b, c thuộc ba tập khác nhau, số cách chọn là $3! \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 = 900$.

Xác suất cần tìm $P(A) = \frac{466 + 900}{16^3} = \frac{683}{2048}$.

Câu 71. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1637}{4913}$

B. $\frac{1079}{4913}$

C. $\frac{23}{68}$

D. $\frac{1728}{4913}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $n(\Omega) = 17^3$.

Trong các số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$ có 5 số chia hết cho 3 là $\{3;6;9;12;15\}$, có 6 số chia cho 3 dư 1 là $\{1;4;7;10;13;16\}$, có 6 số chia cho 3 dư 2 là $\{2;5;8;11;14;17\}$.

Để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 cần phải xảy ra các trường hợp sau:

TH1. Cả ba số viết ra đều chia hết cho 3. Trong trường hợp này có: 5^3 cách viết.

TH2. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 1. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH3. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH4. Trong ba số được viết ra có 1 số chia hết cho 3, có một số chia cho 3 dư 1, có một số chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: $5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3!$ cách viết.

Vậy xác suất cần tìm là: $p(A) = \frac{5^3 + 6^3 + 6^3 + 5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3!}{17^3} = \frac{1637}{4913}$.

Câu 72. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;19]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{109}{323}$

B. $\frac{1027}{6859}$

C. $\frac{2539}{6859}$

D. $\frac{2287}{6859}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $n(\Omega) = 19^3$.

Trong các số tự nhiên thuộc đoạn $[1;19]$ có 6 số chia hết cho 3 là $\{3;6;9;12;15;18\}$, có 7 số chia cho 3 dư 1 là $\{1;4;7;10;13;16;19\}$, có 6 số chia cho 3 dư 2 là $\{2;5;8;11;14;17\}$.

Để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 cần phải xảy ra các trường hợp sau:

TH1. Cả ba số viết ra đều chia hết cho 3. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH2. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 1. Trong trường hợp này có: 7^3 cách viết.

TH3. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH4. Trong ba số được viết ra có 1 số chia hết cho 3, có một số chia cho 3 dư 1, có một số chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: $6.7.6.3!$ cách viết.

Vậy xác suất cần tìm là:
$$p(A) = \frac{6^3 + 7^3 + 6^3 + 6.7.6.3!}{19^3} = \frac{2287}{6859}.$$

Câu 73. Ba bạn A, B, C viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;14]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{31}{91}$

B. $\frac{307}{1372}$

C. $\frac{207}{1372}$

D. $\frac{457}{1372}$

Lời giải

Chọn D

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 14^3$.

Vì trong 14 số tự nhiên thuộc đoạn $[1;14]$ có: 5 số chia cho 3 dư 1; 5 số chia cho 3 dư 2; 4 số chia hết cho 3. Để tổng 3 số chia hết cho 3 ta có các trường hợp sau:

TH1: Cả 3 chữ số đều chia hết cho 3 có: 4^3 (cách)

TH2: Cả 3 số chia cho 3 dư 1 có: 5^3 (cách)

TH3: Cả 3 số chia cho 3 dư 2 có: 5^3 (cách)

TH4: Trong 3 số có một số chia hết cho 3; một số chia cho 3 dư 1; một số chia 3 dư 2 được ba người viết lên bảng nên có: $4.5.5.3!$ (cách)

Gọi biến cố E: "Tổng 3 số chia hết cho 3"

Ta có: $n(E) = 4^3 + 5^3 + 5^3 + 4.5.5.3! = 914$.

Vậy xác suất cần tính:
$$P(E) = \frac{914}{14^3} = \frac{457}{1372}.$$

Câu 74. Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 801 đến 900 (mỗi tấm thẻ được đánh một số khác nhau). Lấy ngẫu nhiên 3 tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất để lấy được 3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số chia hết cho 3.

A. $\frac{817}{2450}$.

B. $\frac{248}{3675}$.

C. $\frac{2203}{7350}$.

D. $\frac{2179}{7350}$.

Lời giải

Chọn A

Số cách lấy ra 3 tấm thẻ trong 100 tấm thẻ là $C_{100}^3 = 161700 \Rightarrow n(\Omega) = 161700$.

Trong 100 tấm thẻ từ 801 đến 900, số các tấm thẻ chia hết cho 3, chia 3 dư 1, chia 3 dư 2 lần lượt là 34 tấm, 33 tấm, 33 tấm.

Gọi A là biến cố “Lấy được ba tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3”.

Trường hợp 1: Cả ba tấm thẻ lấy ra đều chia hết cho 3.

Số cách lấy là: $C_{34}^3 = 5984$ (cách).

Trường hợp 2: Cả ba tấm thẻ lấy ra đều chia 3 dư 1.

Số cách lấy là: $C_{33}^3 = 5456$ (cách).

Trường hợp 3: Cả ba tấm thẻ lấy ra đều chia 3 dư 2.

Số cách lấy là: $C_{33}^3 = 5456$ (cách).

Trường hợp 4: Ba tấm thẻ lấy ra có 1 tấm chia hết cho 3; 1 tấm chia 3 dư 1 và 1 tấm chia 3 dư 2.

Số cách lấy là: $34.33.33 = 37026$ (cách).

Vậy số các trường hợp thuận lợi của biến cố A là: $n(A) = 5984 + 5456 + 5456 + 37026 = 53922$ (cách).

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{53922}{161700} = \frac{817}{2450}$.

Câu 75. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi B là tập tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau từ tập A. Chọn thứ tự 2 số thuộc tập B. Tính xác suất để trong 2 số vừa chọn có đúng một số có mặt chữ số 3.

A. $\frac{159}{360}$.

B. $\frac{160}{359}$.

C. $\frac{80}{359}$.

D. $\frac{161}{360}$.

Lời giải

Chọn B

Có tất cả $A_6^4 = 360$ số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau từ tập A.

Tập hợp B có 360 số.

Ta xét phép thử “chọn thứ tự 2 số thuộc tập B”.

Khi đó $n(\Omega) = A_{360}^2$

Trong tập hợp B ta thấy

*/ có tất cả $4.A_5^3 = 240$ số có mặt chữ số 3.

*/ có $A_5^4 = 120$ số không có mặt chữ số 3.

Gọi A là biến cố “trong 2 số vừa chọn có đúng một số có mặt chữ số 3”

Khi đó $n(A) = C_{240}^1 \cdot C_{120}^1 \cdot 2!$

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{C_{240}^1 \cdot C_{120}^1 \cdot 2!}{A_{360}^2} = \frac{160}{359}$.

Câu 76. Cho tập $X = \{1; 2; 3; \dots; 8\}$. Lập từ X số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để lập được số chia hết cho 1111 là

A. $\frac{A_8^2 A_6^2 A_4^2}{8!}$.

B. $\frac{4!4!}{8!}$.

C. $\frac{C_8^2 C_6^2 C_4^2}{8!}$.

D. $\frac{384}{8!}$.

Lời giải

Chọn D

Không gian mẫu: $|\Omega| = 8!$

Gọi số cần lập có dạng $A = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8}$, $a_i \in X, a_i \neq a_j$ với $i \neq j$.

Nhận xét X có 8 phần tử và tổng các phần tử là 36 nên A chia hết cho 9, do $(9,11)=1$ nên A chia hết cho 9999.

$$A = \overline{a_1a_2a_3a_4} \cdot 10^4 + \overline{a_5a_6a_7a_8} = \overline{a_1a_2a_3a_4} \cdot (9999 + 1) + \overline{a_5a_6a_7a_8} \\ = \overline{a_1a_2a_3a_4} \cdot 9999 + \overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8}$$

Do A chia hết cho 9999 nên $\overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8}$ chia hết cho 9999.

$$a_i \in X \text{ nên } \overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8} < 2 \cdot 9999, \text{ từ đó } \overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8} = 9999$$

Với mỗi cách chọn a_i sẽ có duy nhất cách chọn a_{i+4} sao cho $a_i + a_{i+4} = 9$ với $i \in \{1,2,3,4\}$.

Chọn a_1 có 8 cách, chọn a_2 có 6 cách, chọn a_3 có 4 cách, chọn a_4 có 2 cách.

$$\text{Vậy xác suất để lập được số chia hết cho 1111 là: } \frac{8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2}{8!} = \frac{384}{8!}.$$

Câu 77. Cho tập hợp X gồm các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau có dạng $\overline{abcdef}$. Từ X lấy ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số lấy ra là số lẻ và thỏa mãn $a < b < c < d < e < f$?

A. $\frac{33}{68040}$.

B. $\frac{1}{2430}$.

C. $\frac{31}{68040}$.

D. $\frac{29}{68040}$.

Lời giải

Chọn C

+) Chọn a có 9 cách.

+) Chọn các chữ số còn lại có A_9^5 cách.

$$\text{Suy ra có } 9 \cdot A_9^5 = 136080 \Rightarrow n(X) = 136080 \Rightarrow n(\Omega) = 136080.$$

Gọi A là biến cố số lấy ra từ X là số lẻ và thỏa mãn $a < b < c < d < e < f$.

Ta thấy $f \in \{7; 9\}$.

Trường hợp 1: $f = 7$.

Xét dãy gồm 6 ký tự $abcde7$ thỏa mãn $a < b < c < d < e < 7$ (*).

Chọn 5 chữ số từ X và nhỏ hơn 7 có C_7^5 . Khi đó mỗi cách chọn có duy nhất 1 cách xếp thỏa (*).

Suy ra có C_7^5 dãy thỏa mãn (*).

Xét dãy gồm 6 ký tự $0bcde7$ thỏa mãn $0 < b < c < d < e < 7$ (**).

Chọn 4 chữ số từ X lớn hơn 0 và nhỏ hơn 7 có C_6^4 . Khi đó mỗi cách chọn có duy nhất 1 cách xếp thỏa (**).

Suy ra có C_6^4 dãy thỏa mãn (**).

Do đó có $C_7^5 - C_6^4 = 6$ dãy gồm 6 ký tự $abcde7$ thỏa mãn $a < b < c < d < e < 7$; $a \neq 0$.

Hay có 6 số.

Trường hợp 2: $f = 9$.

Xét dãy gồm 6 ký tự $abcde9$ thỏa mãn $a < b < c < d < e < 9$ (1).

Chọn 5 chữ số từ X và nhỏ hơn 9 có C_9^5 . Khi đó mỗi cách chọn có duy nhất 1 cách xếp thỏa (1).

Suy ra có C_9^5 dãy thỏa mãn (1).

Xét dãy gồm 6 ký tự $0bcde9$ thỏa mãn $0 < b < c < d < e < 9$ (2).

Chọn 4 chữ số từ X lớn hơn 0 và nhỏ hơn 9 có C_8^4 . Khi đó mỗi cách chọn có duy nhất 1 cách xếp thỏa (**).

Suy ra có C_8^4 dãy thỏa mãn (2).

Do đó có $C_9^5 - C_8^4 = 56$ dãy gồm 6 ký tự $abcde9$ thỏa mãn $a < b < c < d < e < 9$; $a \neq 0$.

Hay có 56 số.

Suy ra $n(A) = 6 + 56 = 62$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{62}{136080} = \frac{31}{68040}.$$

Câu 78. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc tập A . Tính xác suất để chọn được một số thuộc A và số đó chia hết cho 5.

A. $P = \frac{11}{27}$. B. $P = \frac{53}{243}$. C. $P = \frac{2}{9}$. D. $P = \frac{17}{81}$.

Lời giải

A là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau $\Rightarrow n(A) = 9.A_9^4 = 27216$

Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập A có 27216 cách chọn $\Rightarrow n(\Omega) = 27216$

Gọi B là biến cố “Chọn được một số thuộc A và số đó chia hết cho 5”

Gọi số chia hết cho 5 thuộc tập A là $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$

Trường hợp 1: Chữ số tận cùng là 0

Có A_9^4 cách chọn 4 chữ số còn lại.

Trường hợp 2: Chữ số tận cùng là 5

Chọn chữ số a_1 có 8 cách

Chọn 3 chữ số còn lại có A_8^3

$$\Rightarrow n(B) = A_9^4 + 8.A_8^3 = 5712.$$

$$\text{Vậy } P = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{17}{81}.$$

Câu 79. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng.

A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{1}{20}$. D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B

1	2	3
4	5	6

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 6!$

Gọi A là biến cố xếp 3 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào hai dãy ghế sao cho nam nữ ngồi đối diện nhau.

Xếp một học sinh vào ghế số 1 có 6 cách

Xếp một học sinh vào ghế số 4 có 3 cách

Xếp một học sinh vào ghế số 2 có 4 cách

Xếp một học sinh vào ghế số 5 có 2 cách

Xếp một học sinh vào ghế số 3 có 2 cách

Xếp một học sinh vào ghế số 6 có 1 cách

Vậy số phần tử biến cố A là $n(A) = 6.3.4.2.2.1 = 288$

Xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{288}{6!} = \frac{2}{5}$. Chọn B

Câu 80. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{11}{630}$

B. $\frac{1}{126}$

C. $\frac{1}{105}$

D. $\frac{1}{42}$

Lời giải

Chọn A

$$n(\Omega) = 10!$$

Gọi H là biến cố “không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau”

+ Đầu tiên xếp 5 học sinh lớp 12C thì có 5! cách xếp

+ Giữa 5 học sinh lớp C và ở hai đầu có 6 khoảng trống

TH1: Xếp 5 học sinh của hai lớp A và B vào 4 khoảng trống ở giữa và 1 khoảng trống ở 1 đầu thì có 2.5! cách xếp

TH2: Xếp 5 học sinh vào 4 khoảng trống giữa 5 học sinh lớp C sao cho có đúng một khoảng trống có 2 học sinh thuộc 2 lớp A, B thì có 2!.2.3.4! cách xếp.

$$\text{Suy ra, } n(H) = 5!(2.5! + 2!.2.3.4!) \Rightarrow p(H) = \frac{11}{630}.$$

Câu 81. Hai bạn lớp A và hai bạn lớp B được xếp vào 4 ghế sắp thành hàng ngang. Xác suất sao cho các bạn cùng lớp không ngồi cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Có 4! cách xếp bất kỳ 4 bạn thành hàng ngang.

Có 2.2!2! cách xếp 4 bạn sao cho các bạn cùng lớp không ngồi cạnh nhau.

$$\text{Xác suất cần tìm là } P = \frac{2.2!2!}{4!} = \frac{1}{3}.$$

Câu 82. Có 13 tấm thẻ phân biệt trong đó có một tấm thẻ ghi chữ ĐỒ, một tấm thẻ ghi chữ ĐẠI, một tấm thẻ ghi chữ HỌC và mười tấm thẻ đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên từ đó ra 7 tấm thẻ. Tính xác suất để rút được 7 tấm thẻ theo thứ tự: ĐỒ, ĐẠI, HỌC, 2, 0, 1, 9.

A. $\frac{1}{1260}$.

B. $\frac{1715}{1716}$.

C. $\frac{1}{A_{13}^7}$.

D. $\frac{1}{1716}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Lấy ngẫu nhiên 7 tấm thẻ từ 13 tấm thẻ } \Rightarrow n(\Omega) = C_{13}^7 = 1716$$

Gọi biến cố A “rút được 7 tấm thẻ theo thứ tự: ĐỒ, ĐẠI, HỌC, 2, 0, 1, 9.”

Để rút được 7 tấm thẻ theo thứ tự: ĐỒ, ĐẠI, HỌC, 2, 0, 1, 9 ta rút 7 tấm thẻ từ 7 tấm thẻ ĐỒ, ĐẠI, HỌC, 2, 0, 1, 9 nên có 1 cách.

$$\text{Do đó } P(A) = \frac{1}{1716}$$

Câu 83. Xếp ngẫu nhiên 3 người đàn ông, hai người đàn bà và một đứa bé ngồi và 6 cái ghế xếp thành hàng ngang. Xác suất sao cho đứa bé ngồi giữa và cạnh hai người đàn bà này là:

- A. $\frac{1}{30}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{1}{15}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu: $|\Omega| = P_6 = 6! = 720$

Gọi α là một nhóm gồm 3 người trong đó đứa bé được xếp ở giữa 2 người đàn bà: Có 2 phần tử α

Có 4 phần tử gồm α và 3 người đàn ông. Xếp 4 người vào 4 vị trí, số cách xếp là:

$$|W_\alpha| = 4! \cdot 2 = 48.$$

$$\text{Xác suất xếp thỏa yêu cầu bài: } P = \frac{|W_\alpha|}{|\Omega|} = \frac{48}{720} = \frac{1}{15}.$$

Câu 84. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có bốn ghế. Xếp ngẫu nhiên 8, gồm 4 nam và 4 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

- A. $\frac{8}{35}$. B. $\frac{1}{70}$. C. $\frac{1}{35}$. D. $\frac{1}{840}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 8! = 40320$.

Gọi A là biến cố mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

Ta có:

Xếp 4 học sinh nữ vào cùng 1 dãy ghế có 4! cách.

Xếp 4 học sinh nam vào cùng 1 dãy ghế có 4! cách.

Ở các cặp ghế đối diện nhau hai bạn nam và nữ có thể đổi chỗ cho nhau nên có 2^4 cách.

$$\text{Suy ra } |A| = 4! \cdot 4! \cdot 2^4 = 9216.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{9216}{40320} = \frac{8}{35}.$$

Câu 85. Kỳ thi có 10 học sinh, xếp ngồi hai dãy ghế trên và dưới, mỗi dãy có 5 ghế. Thầy giáo có 2 loại đề, gồm 5 đề chẵn và 5 đề lẻ. Tính xác suất để mỗi học sinh đều nhận 1 đề và 2 bạn ngồi kề trên, dưới là khác loại đề.

- A. $\frac{8}{63}$. B. $\frac{1}{126}$. C. $\frac{1}{252}$. D. $\frac{1}{15120}$.

Lời giải

Chọn A.

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 10!$.

Gọi A là biến cố mỗi học sinh đều nhận 1 đề và 2 bạn ngồi kề trên, dưới là khác loại đề.

Ta có:

Xếp 5 đề lẻ vào cùng 1 dãy ghế có 5! cách.

Xếp 5 đề chẵn vào cùng 1 dãy ghế có 5! cách.

Ở các cặp đề trên, dưới có thể đổi đề cho nhau nên có 2^5 cách.

Suy ra $|A| = 5! \cdot 5! \cdot 2^5$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{5! \cdot 5! \cdot 2^5}{10!} = \frac{8}{63}.$$

Câu 86. Có 5 học sinh lớp A, 5 học sinh lớp B được xếp ngẫu nhiên vào hai dãy ghế đối diện nhau mỗi dãy 5 ghế (xếp mỗi học sinh một ghế). Tính xác suất để 2 học sinh bất kì ngồi đối diện nhau khác lớp

A. $\frac{(5!)^2}{10!}$. B. $\frac{5!}{10!}$. C. $\frac{2(5!)^2}{10!}$. D. $\frac{2^5 \cdot (5!)^2}{10!}$.

Lời giải

Chọn D

Xếp 10 học sinh vào 10 ghế có $10!$ cách

Xếp 2 học sinh bất kì ngồi đối diện nhau khác lớp ta thực hiện như sau.

Cách 1: Ghép 5 cặp gồm 1 học sinh lớp A và 1 học sinh lớp B có $5!$ Cách, xếp 5 cặp này vào 5 cặp ghế đối diện, mỗi cặp có 2 hoán vị nên có $2^5 \cdot 5!$

Do đó xếp 2 học sinh bất kì ngồi đối diện nhau khác lớp có $2^5 \cdot 5! \cdot 5!$ cách

Câu 87. Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ 6 học sinh lớp 11.

A. $\frac{1}{84}$. B. $\frac{15}{32}$. C. $\frac{5}{12}$. D. $\frac{5}{72}$.

Lời giải

Chọn C

Xếp ngẫu nhiên 9 học sinh thành một dãy nên số cách xếp là $9!$. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$.

Gọi A là biến cố xếp 9 học sinh sao cho 3 học sinh lớp 12 xen kẽ 6 học sinh lớp 11.

Xếp 6 học sinh lớp 11 thành một hàng ngang có $6!$ cách xếp.

Với mỗi cách xếp 6 học sinh lớp 11 nói trên: cứ giữa mỗi hai học sinh có một khoảng trống, tính cả khoảng trống hai đầu hàng ta có được 7 khoảng trống. Chọn 3 khoảng trống trong số 7 khoảng trống để mỗi khoảng trống xếp một học sinh lớp 12 có A_7^3 cách xếp.

Vậy có $n(A) = 6! \cdot A_7^3$ cách xếp.

$$\text{Xác suất là } P(A) = \frac{6! \cdot A_7^3}{9!} = \frac{5}{12}.$$

Câu 88. Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để cả hai lần xuất hiện mặt sáu chấm là

A. $\frac{1}{36}$. B. $\frac{11}{36}$. C. $\frac{6}{36}$. D. $\frac{8}{36}$.

Lời giải

Chọn A

* Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_6^1 \cdot C_6^1 = 36$.

* Gọi A = "Cả hai lần xuất hiện mặt sáu chấm". Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 1$.

* Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{36}$.

Câu 89. Gieo một con xúc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để tích số chấm xuất hiện trên hai mặt là số lẻ.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải**Chọn B**

Không gian mẫu của phép thử $\Omega = \{(i, j) | 1 \leq i, j \leq 6\}$, ở đó (i, j) là kết quả “Lần đầu xuất hiện mặt i chấm, lần sau xuất hiện mặt j chấm”.

Ta có $n(\Omega) = 36$.

Gọi A : “Tích số chấm xuất hiện trên hai mặt là số lẻ”.

Để tích các số trong hai lần gieo là lẻ thì cả 2 lần gieo đều xuất hiện số chấm là lẻ, khi đó có: $3.3 = 9$ kết quả.

$$\Rightarrow n(A) = 9.$$

Vậy xác suất của biến cố A : $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

Câu 90. Gieo con xúc xắc được chế tạo cân đối đồng chất hai lần. Gọi a là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ nhất, b là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ hai. Xác suất để phương trình $x^2 + ax + b = 0$ có nghiệm bằng

A. $\frac{17}{36}$.

B. $\frac{19}{36}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải**Chọn B**

Có $a, b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 6^2 = 36$.

$x^2 + ax + b = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 4b \geq 0 \Leftrightarrow a^2 \geq 4b$ (1), có $a, b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Suy ra (1) có các nghiệm $(a; b)$ là: $(2; 1), (3; 1), (3; 2), (4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 4),$

$(5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6), (6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6)$

Suy ra số phần tử của biến cố $|\Omega_A| = 19$

Vậy xác suất cần tìm là: $P = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{19}{36}$.

Câu 91. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất xảy ra của biến cố “tích hai số nhận được sau hai lần gieo là một số chẵn”.

A. 0,25.

B. 0,75.

C. 0,5.

D. 0,85.

Lời giải**Chọn B**

Gieo một con súc sắc hai lần được $6^2 = 36$ kết quả.

Để tích hai số nhận được sau hai lần gieo là lẻ thì cả hai lần gieo đều được mặt lẻ.

Do đó để tích hai số nhận được sau hai lần gieo là một số lẻ thì có $3^2 = 9$ kết quả.

Để tích hai số nhận được sau hai lần gieo là một số chẵn thì có $36 - 9 = 27$ kết quả.

Xác suất cần tìm là: $\frac{27}{36} = \frac{3}{4} = 0,75$.

Câu 92. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có: Không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ suy ra $n(\Omega) = 6$

Gọi biến cố A : “Con súc sắc có số chấm chẵn xuất hiện” hay $A = \{2; 4; 6\}$ suy ra $n(A) = 3$

$$\text{Từ đó suy ra } p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Vậy xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là $\frac{1}{2}$.

Câu 93. Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc đó không vượt quá 5 bằng

A. $\frac{5}{12}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{5}{18}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố: “Tổng số chấm xuất hiện trên mặt hai con súc sắc không vượt quá 5”.

Các phần tử của A là: $(1;1), (1;2), (1;3), (1;4), (2;1), (2;2), (2;3), (3;1), (3;2), (4;1)$.

Như vậy số phần tử của A là: $n(A) = 10$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}.$$

Câu 94. Kết quả $(b; c)$ của việc gieo một con súc sắc cân đối hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện của lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm?

A. $\frac{7}{12}$.

B. $\frac{23}{36}$.

C. $\frac{17}{36}$.

D. $\frac{5}{36}$.

Lời giải

Để phương trình $x^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm thì: $\Delta = b^2 - 4c < 0$.

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử gieo hai lần liên tiếp một con súc sắc cân đối.

$$\Rightarrow |\Omega| = 6.6 = 36$$

Gọi A là biến cố của phép thử để kết quả $(b; c)$ trong đó b là số chấm xuất hiện của lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai thỏa mãn $b^2 - 4c < 0$

Trường hợp 1: $b = 1 \Rightarrow c = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Trường hợp 2: $b = 2 \Rightarrow c = \{2; 3; 4; 5; 6\}$

Trường hợp 3: $b = 3 \Rightarrow c = \{3; 4; 5; 6\}$

Trường hợp 4: $b = 4 \Rightarrow c = \{5; 6\}$

$$\Rightarrow |\Omega_A| = 17$$

$$\text{Vậy xác suất để phương trình bậc hai vô nghiệm là } P_A = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{17}{36}.$$

Câu 95. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là.

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{5}{8}$.

C. $\frac{5}{9}$.

D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải**Chọn B**

Mỗi tam giác được tạo thành khi lấy 2 điểm trên d_1 và 1 điểm trên d_2 , hoặc 2 điểm trên d_2 và 1 điểm trên d_1 . Số tam giác được tạo thành là: $C_6^2 \cdot 4 + C_4^2 \cdot 6 = 96$.

Số tam giác có hai đỉnh màu đỏ là $C_6^2 \cdot 4 = 60$. Vậy xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là: $\frac{60}{96} = \frac{5}{8}$.

Câu 96. Cho năm đoạn thẳng có độ dài: $1cm$, $3cm$, $5cm$, $7cm$, $9cm$. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng đó. Xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra là ba cạnh của một tam giác là

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{3}{10}$.

D. $\frac{7}{10}$.

Lời giải:**Chọn C**

* Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng đã cho có $C_5^3 = 10$ cách.

Suy ra $n(\Omega) = 10$.

* Gọi A là biến cố "lấy được ba đoạn thẳng là ba cạnh của một tam giác".

Các trường hợp ba đoạn thẳng là ba cạnh của một tam giác là:

$\{3; 5; 7\}, \{3; 7; 9\}, \{5; 7; 9\}$ (thỏa mãn: hiệu hai cạnh bé hơn cạnh còn lại, tổng hai cạnh lớn hơn cạnh còn lại).

Do đó $n(A) = 3$. Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{10}$.

Câu 97. Cho đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O . Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Xác suất để 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật bằng

A. $\frac{7}{216}$.

B. $\frac{2}{969}$.

C. $\frac{3}{323}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải**Chọn C**

Xét phép thử: "Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O "

Þ $n(W) = C_{20}^4 = 4845$.

Gọi A là biến cố: "4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật"

Đa giác có 20 đỉnh sẽ có 10 đường chéo đi qua tâm mà cứ 2 đường chéo qua tâm sẽ có 1 hình chữ nhật nên số HCN là: $n(A) = C_{10}^2 = 45$.

$$P(A) = \frac{45}{4845} = \frac{3}{323}$$

Câu 98. Cho đa giác đều có 14 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong số 14 đỉnh của đa giác. Tìm xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác vuông.

A. $\frac{3}{13}$.

B. $\frac{5}{13}$.

C. $\frac{4}{13}$.

D. $\frac{2}{13}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = C_{14}^3$.

Giả sử tam giác cân lập là ABC vuông tại A .

Chọn đỉnh A của tam giác có 14 cách.

Để tam giác vuông tại A thì cung BC có số đo là π , hay BC là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác, do đó có 6 cách chọn BC .

Gọi E là biến cố "3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác vuông"

Số phần tử của E là $14 \cdot 6 = 84$.

Xác suất cần tìm là $P(E) = \frac{84}{C_{14}^3} = \frac{3}{13}$.

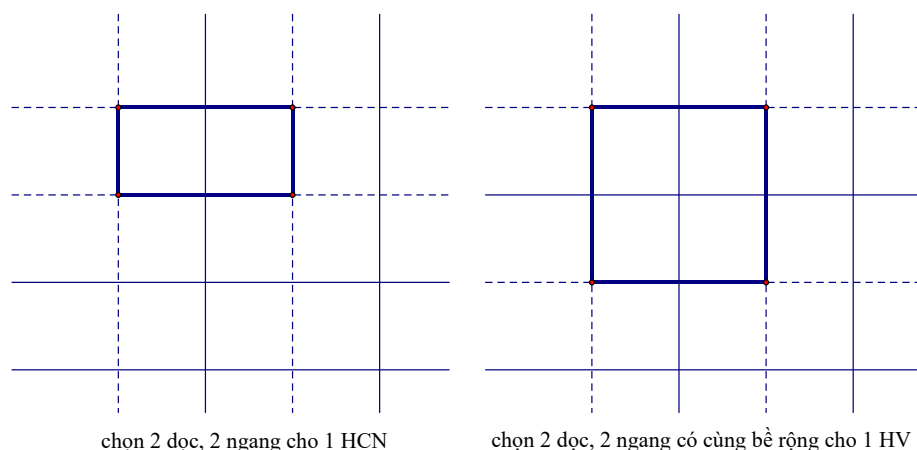
Câu 99. Một bảng vuông gồm 100×100 ô vuông đơn vị. Chọn ngẫu nhiên một ô hình chữ nhật. Tính xác suất để ô được chọn là hình vuông (trong kết quả lấy 4 chữ số ở phần thập phân).

A. 0,0134.

B. 0,0133.

C. 0,0136.

D. 0,0132.

Lời giải**Chọn B**

Để có một ô hình chữ nhật ta cần chọn 2 đường dọc trong tổng số 101 đường dọc, và hai đường ngang trong tổng số 101 đường ngang. Vậy có tất cả: $C_{101}^2 \times C_{101}^2 = 25502500$ ô hình chữ nhật.

Ta gọi phần mặt phẳng nằm giữa hai đường dọc hoặc hai đường ngang là một dải.

Một hình vuông bất kì chính là giao của hai dải có cùng độ rộng (một dải dọc, một dải ngang)

Số dải có độ rộng k ($k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 100$) là: $101 - k$

Vậy có tất cả: $\sum_{k=1}^{100} (101 - k)^2 = 100^2 + 99^2 + \dots + 1^2 = \frac{100(100+1)(2 \cdot 100 + 1)}{6} = 338350$ hình vuông.

Xác suất cần tìm là: $\frac{338350}{25502500} = 0,013267... \approx 0,0133$

Chọn đáp án

B.

Câu 100. Cho một đa giác (H) có 60 đỉnh nội tiếp một đường tròn (O) . Người ta lập một tứ giác tùy ý có bốn đỉnh là các đỉnh của (H) . Xác suất để lập được một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H) gần với số nào nhất trong các số sau?

- A. 85,40%. B. 13,45%. C. 40,35%. D. 80,70%.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{60}^4$.

Gọi E là biến cố “lập được một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H) ”.

Để chọn ra một tứ giác thỏa mãn đề bài ta làm như sau:

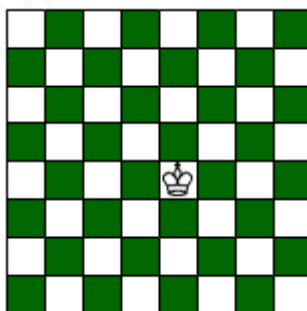
Bước 1: Chọn đỉnh đầu tiên của tứ giác, có 60 cách.

Bước 2: Chọn 3 đỉnh còn lại sao cho hai đỉnh bất kỳ của tứ giác cách nhau ít nhất 1 đỉnh. Điều này tương đương với việc ta phải chia $m = 60$ chiếc kẹo cho $n = 4$ đứa trẻ sao cho mỗi đứa trẻ có ít nhất $k = 2$ cái, có $C_{m-n(k-1)-1}^{n-1} = C_{55}^3$ cách, nhưng làm như thế mỗi tứ giác lập lại 4 lần.

$\Rightarrow$ Số phần tử của biến cố E là: $n(E) = \frac{60 \cdot C_{55}^3}{4}$.

Xác suất của biến cố E là: $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{60 \cdot C_{55}^3}{4 \cdot C_{60}^4} \approx 80,7\%$.

Câu 101. Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ vua. Mỗi bước di chuyển, quân vua được chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc chung đỉnh với ô đang đứng (xem hình minh họa). Bạn An di chuyển quân vua ngẫu nhiên 3 bước. Tính xác suất sau 3 bước quân vua trở về ô xuất phát.



- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{1}{32}$. C. $\frac{3}{32}$. D. $\frac{3}{64}$.

Lời giải

Tại mọi ô đang đứng, ông vua có 8 khả năng lựa chọn để bước sang ô bên cạnh.

Do đó không gian mẫu $n(\Omega) = 8^3$.

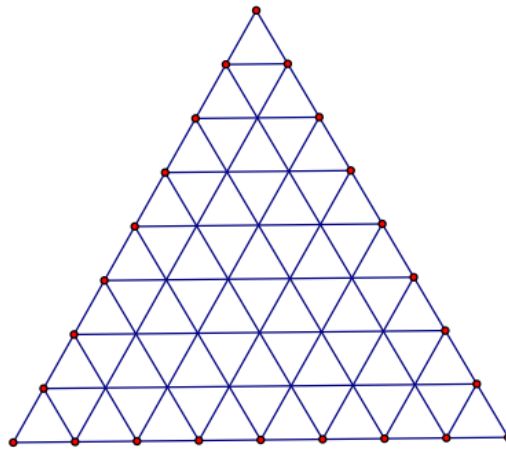
Gọi A là biến cố “sau 3 bước quân vua trở về ô xuất phát”. Sau ba bước quân vua muốn quay lại ô ban đầu khi ông vua đi theo đường khép kín tam giác. Chia hai trường hợp:

- + Từ ô ban đầu đi đến ô đen, đến đây có 4 cách để đi bước hai rồi về lại vị trí ban đầu.
- + Từ ô ban đầu đi đến ô trắng, đến đây có 2 cách để đi bước hai rồi về lại vị trí ban đầu.

Do số phần tử của biến cố A là $n(A) = 4 \cdot 4 + 2 \cdot 4 = 24$.

Vậy xác suất $P(A) = \frac{24}{8^3} = \frac{3}{64}$.

Câu 102. Cho tam giác đều H có cạnh bằng 8. Chia tam giác này đều thành 64 tam giác đều có cạnh bằng 1 bởi các đường thẳng song song với các cạnh của tam giác đều đã cho. Gọi S là tập hợp các đỉnh của 64 tam giác đều có cạnh bằng 1. Chọn Ngẫu nhiên 4 đỉnh của tập S . Tính xác suất để 4 đỉnh chọn được là bốn đỉnh của một hình bình hành nằm trong miền trong tam giác đều H .



A. $\frac{2}{473}$.

B. $\frac{6}{935}$.

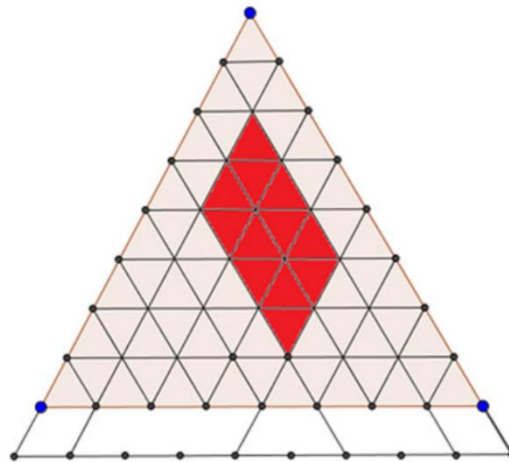
C. $\frac{2}{1419}$.

D. $\frac{2}{935}$.

Lời giải

Cách 1:

Ta thấy có 3 loại hình bình hành dựa vào cách chọn phương của hai cạnh của hình bình hành. Số hình bình hành của mỗi loại là bằng nhau nên chỉ cần tính một loại rồi nhân với 3.



Dựng thêm một đường thẳng song song với cạnh đáy và cách cạnh đáy một khoảng bằng khoảng cách giữa hai đường thẳng song song kề nhau, tạo thành một tam giác đều mở rộng như hình vẽ. Ta chia cạnh mới thành 9 phần bằng nhau bởi 8, cộng thêm 2 đầu mút nữa thành 10 điểm. Các điểm được đánh số từ trái sang phải từ 1 đến 10.

Khi đó, với 1 hình bình hành có hai cạnh song song với hai cạnh bên tương ứng với bốn số $1 \leq a < b < c < d \leq 10$ theo quy tắc sau: Nối dài các cạnh của hình bình hành, cắt các cạnh mới tại 4 điểm có số thứ tự là a, b, c, d . Ví dụ với hình bình hành màu đỏ trên ta có bộ $(2, 5, 7, 9)$.

Ngược lại nếu có một bộ số $1 \leq a < b < c < d \leq 10$ ta sẽ kẻ các đường thẳng từ điểm a, b song song với cạnh bên trái và từ c, d song song với cạnh bên phải giao nhau ra một hình bình hành.

Vậy số hình bình hành loại này là số cách lấy ra bốn số phân biệt $(a; b; c; d)$ từ 10 số tự nhiên $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ và ta được $C_{10}^4 = 210$.

Vậy kết quả là $3 \cdot C_{10}^4 = 630$ hình bình hành.

Ta thấy có $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$ giao điểm giữa các đường thẳng nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{45}^4$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{3C_{10}^4}{C_{45}^4} = \frac{2}{473}$.

Cách 2: Để chọn được một hình bình hành mà 4 đỉnh chọn được là bốn đỉnh của một hình bình hành nằm trong miền trong tam giác đều H ta làm như sau:

Chọn 2 trong 7 điểm trên một cạnh (trừ hai điểm đầu mút của cạnh), cùng với hai điểm trong 5 điểm nằm tương ứng trên một cạnh trong hai cạnh còn lại của tam giác (trừ mỗi đầu cạnh đi 2 điểm). Qua 4 điểm này có 4 đường thẳng tương ứng của đầu bài sẽ cắt nhau tạo thành một hình bình hành thỏa mãn bài toán.

Vì vài trò các cạnh như nhau nên số hình bình hành thu được là: $C_7^2 \cdot C_5^2 \cdot 3 = 630$ (hình).

Ta thấy có $1+2+3+\dots+9=45$ giao điểm giữa các đường thẳng nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{45}^4$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{3C_{10}^4}{C_{45}^4} = \frac{2}{473}$.

Câu 103. Một đề trắc nghiệm gồm 20 câu, mỗi câu có 4 đáp án và chỉ có một đáp án đúng. Bạn Anh làm đúng 12 câu, còn 8 câu bạn Anh đánh hù họa vào đáp án mà Anh cho là đúng. Mỗi câu đúng được 0,5 điểm. Tính xác suất để Anh được 9 điểm.

- A. $\frac{9}{20}$. B. $\frac{9}{10}$. C. $\frac{63}{16384}$. D. $\frac{9}{65536}$.

Lời giải

Chọn C

Bạn Anh đã làm đúng 12 câu nên đã có 6 điểm. Để Anh được 9 điểm thì bạn cần làm đúng 6 câu trong 8 câu còn lại.

Số phần tử của không gian mẫu là 4^8 .

Chọn 6 câu đúng trong 8 câu còn lại có C_8^6 cách chọn.

Hai câu còn lại chọn đáp án sai có 3^2 cách.

Vậy xác suất để được 9 điểm là $\frac{3^2 \cdot C_8^6}{4^8} = \frac{63}{16384}$.

Câu 104. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có bốn phương án trả lời trong đó chỉ có một phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

- A. $0,25^{30} \cdot 0,75^{20}$. B. $0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$. C. $0,25^{30} \cdot 0,75^{20} \cdot C_{50}^{20}$. D. $1 - 0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$.

Lời giải

Chọn C

Không gian mẫu của phép thử trên có số phần tử là $|\Omega| = 4^{50}$.

Gọi A là biến cố: “Thí sinh đó được 6 điểm”

Tìm $|\Omega_A|$: Để được 6 điểm, thí sinh đó phải làm đúng 30 câu và làm sai 20 câu.

Công đoạn 1: Chọn 30 câu từ 50 câu để làm câu đúng. Có C_{50}^{30} cách.

Công đoạn 2: Chọn phương án đúng của mỗi câu từ 30 câu đã chọn. Có 1^{30} cách.

Công đoạn 3: Chọn một phương án sai trong ba phương án sai của mỗi câu từ 20 câu còn lại. Có 3^{20} cách.

Theo quy tắc nhân, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $|\Omega_A| = C_{50}^{30} \cdot 1^{30} \cdot 3^{20}$.

Vậy xác suất đề học sinh đó được 6 điểm

$$\text{là: } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_{50}^{30} \cdot 1^{30} \cdot 3^{20}}{4^{50}} = C_{50}^{30} \cdot 0,25^{30} \cdot 0,75^{20} = C_{50}^{20} \cdot 0,25^{30} \cdot 0,75^{20}.$$

Câu 105. Một bộ đề thi Olympic Toán lớp 11 của Trường THPT Kim Liên mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 15 câu mức dễ, 10 câu mức trung bình và 5 câu mức khó. Một đề thi được gọi là “Tốt” nếu trong đề thi phải có cả mức dễ, mức trung bình và khó, đồng thời số câu mức khó không ít hơn 2. Lấy ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề trên. Tìm xác suất để đề thi lấy ra là một đề thi “Tốt”.

- A. $\frac{1000}{5481}$. B. $\frac{3125}{23751}$. C. $\frac{1}{150}$. D. $\frac{10}{71253}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn 5 câu trong tổng số 30 câu nên ta có không gian mẫu $n(\Omega) = C_{30}^5$.

Gọi A là biến cố “Lấy ra được một đề thi “Tốt””.

TH1: 5 câu lấy ra có 2 câu khó, 1 câu dễ, 2 câu trung bình $C_5^2 \cdot C_{15}^1 \cdot C_{10}^2$ (cách).

TH2: 5 câu lấy ra có 2 câu khó, 2 câu dễ, 1 câu trung bình $C_5^2 \cdot C_{15}^2 \cdot C_{10}^1$ (cách).

TH3: 5 câu lấy ra có 3 câu khó, 1 câu dễ, 1 câu trung bình $C_5^3 \cdot C_{15}^1 \cdot C_{10}^1$ (cách).

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là: $n(A) = C_5^2 \cdot C_{15}^1 \cdot C_{10}^2 + C_5^2 \cdot C_{15}^2 \cdot C_{10}^1 + C_5^3 \cdot C_{15}^1 \cdot C_{10}^1$.

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3125}{23751}$.

TÍNH XÁC SUẤT SỬ DỤNG ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN BẰNG PHƯƠNG PHÁP GIÁN TIẾP.

Câu 106. Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{418}{455}$. C. $\frac{1}{13}$. D. $\frac{12}{13}$.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên bi thì số cách chọn là $C_{15}^3 = 445$.

Gọi A là biến cố “trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên màu đỏ” thì là biến cố $\bar{A}$ “cả ba viên bi lấy ra đều không có màu đỏ” (tức là lấy ra cả ba viên bi đều màu xanh”

Số cách chọn ra 3 viên bi mà 3 viên bi đó đều màu xanh là $C_7^3 = 35 \Rightarrow n(\bar{A}) = 35$

$\Rightarrow$ Số cách chọn ra 3 viên bi mà trong đó có ít nhất một viên bi màu đỏ là $445 - 35 = 420$

cách $\Rightarrow n(A) = 420$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{420}{445} = \frac{12}{13}$$

Câu 107. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai thẻ và nhân hai số trên hai thẻ lại với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là một số chẵn.

- A. $\frac{5}{18}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{13}{18}$.

Lời giải**Chọn D**

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi A là biến cố “tích hai số ghi trên thẻ là số chẵn”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “tích hai số ghi trên thẻ là số lẻ” $\Rightarrow n(\bar{A}) = C_5^2 = 10$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{13}{18}$.

Câu 108. Gieo 5 đồng xu cân đối, đồng chất. Xác suất để được ít nhất 1 đồng xu lật sấp bằng

A. $\frac{5}{11}$.

B. $\frac{8}{11}$.

C. $\frac{31}{32}$.

D. $\frac{1}{32}$.

Lời giải**Chọn C**

Gọi A là biến cố: “Trong 5 đồng xu có ít nhất 1 đồng xu lật sấp”

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố: “5 đồng xu đều lật ngửa”

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{31}{32}$.

Câu 109. Bạn A có 7 cái kẹo vị hoa quả và 6 cái kẹo vị socola. A lấy ngẫu nhiên 5 cái kẹo cho vào hộp để tặng cho em gái. Tính xác suất để 5 cái kẹo có cả vị hoa quả và vị socola.

A. $P = \frac{140}{143}$.

B. $P = \frac{79}{156}$.

C. $P = \frac{103}{117}$.

D. $P = \frac{14}{117}$.

Lời giải**Chọn A**

Chọn 5 cái kẹo trong 13 cái kẹo nên $n(\Omega) = C_{13}^5$.

Đặt A là biến cố “chọn được 5 cái kẹo có đủ hai vị”.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố “chọn 5 cái kẹo chỉ có một vị” $\Rightarrow n(\bar{A}) = C_7^5 + C_6^5$.

Vậy $P(A) = 1 - \frac{C_7^5 + C_6^5}{C_{13}^5} = \frac{140}{143}$

Câu 110. Một hộp đèn có 12 bóng, trong đó có 4 bóng hỏng. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để trong 3 bóng có ít nhất 1 bóng hỏng.

A. $\frac{40}{51}$.

B. $\frac{55}{112}$.

C. $\frac{41}{55}$.

D. $\frac{3}{7}$.

Lời giải.**Chọn C**

Gọi B là biến cố “Trong 3 bóng lấy ra đều là bóng tốt”.

Ta có: $n(\Omega_B) = C_8^3 = \frac{8!}{3!5!} = 56$

Gọi C là biến cố “Trong 3 bóng lấy ra có ít nhất 1 bóng hỏng”

khi đó $C = \bar{B}$.

$P(C) = P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{56}{220} = \frac{41}{55}$

Câu 111. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra có ít nhất một quyển là toán.

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{37}{42}$. C. $\frac{10}{21}$. D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Trên giá có tất cả: $4+3+2=9$ (quyển sách) bao gồm cả 3 môn: toán, lý và hóa.

Lấy 3 quyển sách từ 9 quyển sách, số cách lấy ra là $C_9^3 = 84 \Rightarrow n(\Omega) = 84$

Gọi A là biến cố: “3 quyển lấy ra có ít nhất 1 quyển toán”.

Suy ra $\bar{A}$: “3 quyển lấy ra không có quyển toán nào” $\Rightarrow n(\bar{A}) = C_5^3 = 10$.

Vậy xác suất để 3 quyển được lấy ra có ít nhất một quyển sách toán là:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{10}{84} = \frac{37}{42}.$$

Câu 112. Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật Lí và 2 quyển sách Hóa học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất sao cho ba quyển lấy ra có ít nhất một quyển sách Toán.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{37}{42}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{19}{21}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

Gọi A là biến cố sao cho ba quyển lấy ra có ít nhất một quyển sách Toán

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố sao cho ba quyển lấy ra không có sách Toán $\Rightarrow n(\bar{A}) = C_5^3 = 10$.

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{10}{84} = \frac{37}{42}.$$

Câu 113. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để trong ba quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển là toán.

- A. $\frac{2}{7}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{37}{42}$. D. $\frac{10}{21}$.

Lời giải

Số kết quả có thể khi chọn bất kì 3 quyển sách trong 9 quyển sách là $C_9^3 = 84$.

Gọi A là biến cố ‘Lấy được ít nhất 1 sách toán trong 3 quyển sách.’

$\bar{A}$ là biến cố ‘Không lấy được sách toán trong 3 quyển sách.’

$$\text{Ta có xác suất để xảy ra } A \text{ là } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_5^3}{84} = \frac{37}{42}.$$

Câu 114. Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

- A. $\frac{4615}{5236}$. B. $\frac{4651}{5236}$. C. $\frac{4615}{5263}$. D. $\frac{4610}{5236}$.

Lời giải

Số cách chọn 4 học sinh lên bảng: $n(\Omega) = C_{35}^4$.

Số cách chọn 4 học sinh chỉ có nam hoặc chỉ có nữ: $C_{20}^4 + C_{15}^4$.

Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ: $1 - \frac{C_{20}^4 + C_{15}^4}{C_{35}^4} = \frac{4615}{5236}$

Câu 115. Một hộp chứa 35 quả cầu gồm 20 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 20 và 15 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 15. Lấy ngẫu nhiên từ hộp đó một quả cầu. Tính xác suất để lấy được quả màu đỏ hoặc ghi số lẻ.

A. $\frac{28}{35}$.

B. $\frac{4}{7}$.

C. $\frac{5}{7}$.

D. $\frac{27}{35}$.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 1 quả cầu có $C_{35}^1 = 35$ cách. Suy ra $n(\Omega) = 35$.

Gọi E là biến cố “Chọn được một quả cầu đỏ hoặc ghi số lẻ” thì $\bar{E}$ là biến cố “Chọn được một quả cầu xanh ghi số chẵn”.

Do đó $n(\bar{E}) = 7$.

Suy ra $p(E) = 1 - p(\bar{E}) = 1 - \frac{7}{35} = \frac{28}{35}$.

Câu 116. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất xảy ra của biến cố “Tích hai số nhận được sau hai lần gieo là một số chẵn”.

A. 0,75.

B. 0,5.

C. 0,25.

D. 0,85.

Lời giải

Lần gieo thứ nhất có 6 kết quả, lần gieo thứ hai có 6 kết quả.

Do đó không gian mẫu $n(\Omega) = 36$.

Gọi A là biến cố “tích hai số nhận được sau hai lần gieo là một số chẵn” thì $\bar{A}$ là biến cố “tích hai số nhận được sau hai lần gieo là một số lẻ”. Ta có $n(\bar{A}) = 3 \cdot 3 = 9$.

Xác suất cần tìm $p(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - \frac{9}{36} = \frac{3}{4}$.

Câu 117. Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ít nhất bao nhiêu thẻ để xác suất “có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4” phải lớn hơn $\frac{5}{6}$.

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Giả sử rút x ($1 \leq x \leq 9; x \in \mathbb{N}$) thẻ, số cách chọn x thẻ từ 9 thẻ trong hộp là $C_9^x \Rightarrow n(\Omega) = C_9^x$.

Gọi A là biến cố: “Trong số x thẻ rút ra, có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4”

$\Rightarrow n(\bar{A}) = C_7^x$. Ta có $P(\bar{A}) = \frac{C_7^x}{C_9^x} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{C_7^x}{C_9^x}$.

$$\text{Do đó } P(A) > \frac{5}{6} \Leftrightarrow 1 - \frac{C_7^x}{C_9^x} > \frac{5}{6} \Leftrightarrow x^2 - 17x + 60 < 0 \Rightarrow 5 < x < 12 \Rightarrow 6 \leq x \leq 7.$$

Vậy số thẻ ít nhất phải rút là 6.

Câu 118. Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 học sinh trong nhóm đó. Xác suất để trong 3 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ bằng

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

Gọi A là biến cố sao cho 3 học sinh được chọn có học sinh nữ,

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố sao cho 3 học sinh được chọn không có học sinh nữ $\Rightarrow n(\bar{A}) = C_6^3 = 20$.

Vậy xác suất cần tìm $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{5}{6}$.

Câu 119. Một lô hàng gồm 30 sản phẩm trong đó có 20 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm trong lô hàng. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

- A. $\frac{6}{203}$. B. $\frac{197}{203}$. C. $\frac{153}{203}$. D. $\frac{57}{203}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_{30}^3 = 4060$

Gọi A là biến cố 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

Ta có $\bar{A}$ là biến cố 3 sản phẩm lấy ra không có sản phẩm tốt, hay 3 sản phẩm lấy ra đều là sản phẩm xấu.

$n(\bar{A}) = C_{10}^3 = 120$.

Suy ra $P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{120}{4060} = \frac{6}{203}$.

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{6}{203} = \frac{197}{203}$.

Câu 120. Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 10 học sinh đi lao động. Tính xác suất để 3 học sinh được ó ít nhất một học sinh nữ?

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{17}{48}$. C. $\frac{17}{24}$. D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố: “3 học sinh được ó ít nhất một học sinh nữ”.

Suy ra: $\bar{A}$ là biến cố: “3 học sinh được chọn không có học sinh nữ”.

Khi đó $n(\bar{A}) = C_7^3 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{7}{24}$. Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{17}{24}$.

Câu 121. Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được ó ít nhất một người nữ là:

- A. $\frac{2}{15}$. B. $\frac{7}{15}$. C. $\frac{8}{15}$. D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{10}^2$.

Gọi biến cố A : “Hai người được ó ít nhất một người nữ”.

$\Rightarrow \bar{A}$: “Hai người được chọn không có nữ” $\Rightarrow n(\bar{A}) = C_7^2$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}$.

Câu 122. Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Chọn ngẫu nhiên ba số từ A . Tìm xác suất để trong ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp.

A. $P = \frac{7}{90}$.

B. $P = \frac{7}{24}$.

C. $P = \frac{7}{10}$.

D. $P = \frac{7}{15}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

Gọi B là biến cố “Ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp”.

$\Rightarrow \bar{B}$ là biến cố “Ba số được chọn có ít nhất hai số là các số tự nhiên liên tiếp”.

+ Bộ ba số dạng $(1, 2, a_1)$, với $a_1 \in A \setminus \{1, 2\}$: có 8 bộ ba số.

+ Bộ ba số có dạng $(2, 3, a_2)$, với $a_2 \in A \setminus \{1, 2, 3\}$: có 7 bộ ba số.

+ Tương tự mỗi bộ ba số dạng $(3, 4, a_3)$, $(4, 5, a_4)$, $(5, 6, a_5)$, $(6, 7, a_6)$, $(7, 8, a_7)$, $(8, 9, a_8)$, $(9, 10, a_9)$ đều có 7 bộ.

$$\Rightarrow n(\bar{B}) = 8 + 8 \cdot 7 = 64.$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{64}{120} = \frac{7}{15}.$$

Câu 123. Một hộp chứa 20 viên bi xanh và 15 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 4 bi. Tính xác suất để 4 bi lấy được có đủ hai màu.

A. $\frac{4610}{5236}$.

B. $\frac{4615}{5236}$.

C. $\frac{4651}{5236}$.

D. $\frac{4615}{5236}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = C_{35}^4 = 5236$.

Số phần tử của biến cố lấy được 4 bi màu xanh là C_{20}^4 .

Số phần tử của biến cố lấy được 4 bi màu đỏ là C_{15}^4 .

$$\text{Suy ra xác suất của biến cố 4 bi lấy được có đủ hai màu là } p = 1 - \frac{C_{20}^4 + C_{15}^4}{5236} = \frac{4615}{5236}.$$

Câu 124. Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “ có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia ”.

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố: “ cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia ”.

$$P(\overline{A}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}.$$

Câu 125. Một người bỏ ngẫu nhiên ba lá thư vào ba chiếc phong bì đã ghi địa chỉ. Xác suất để có ít nhất một lá thư được bỏ đúng phong bì là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = 3! = 6$.

Gọi A là biến cố “Có ít nhất một lá thư được bỏ đúng phong bì”.

Ta xét các trường hợp sau:

Nếu lá thư nhất bỏ đúng phong bì, hai lá còn lại để sai thì có duy nhất 1 cách.

Nếu lá thư hai bỏ đúng phong bì, hai lá còn lại để sai thì có duy nhất 1 cách.

Nếu lá thư ba bỏ đúng phong bì, hai lá còn lại để sai thì có duy nhất 1 cách.

Không thể có trường hợp hai lá thư bỏ đúng và một lá thư bỏ sai.

Cả ba lá thư đều được bỏ đúng có duy nhất 1 cách.

$$\Rightarrow n(A) = 4.$$

Vậy xác suất để có ít nhất một lá thư được bỏ đúng phong bì là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Cách 2:

Gọi B là biến cố “Không có lá thư nào được bỏ đúng phong bì”.

$$\Rightarrow n(B) = 2 \Rightarrow P(A) = 1 - P(B) = 1 - \frac{n(B)}{n(\Omega)} = 1 - \frac{2}{6} = \frac{2}{3}.$$

Câu 126. Có 9 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 9. Chọn ngẫu nhiên ra hai tấm thẻ. Tính xác suất để tích của hai số trên hai tấm thẻ là một số chẵn.

A. $\frac{13}{18}$.

B. $\frac{55}{56}$.

C. $\frac{5}{28}$.

D. $\frac{1}{56}$.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên ra hai tấm thẻ từ 9 tấm thẻ nên số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi A là biến cố: “Tích hai số trên hai tấm thẻ là một số chẵn”, khi đó ta có:

$$\bar{A}: \text{“Tích hai số trên hai tấm thẻ là một số lẻ”}, n(\bar{A}) = C_5^2 = 10 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}.$$

$$\text{Xác suất cần tìm là: } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}.$$

Câu 127. Chi đoàn lớp 12A có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ.

A. $\frac{11}{7}$.

B. $\frac{110}{570}$.

C. $\frac{46}{57}$.

D. $\frac{251}{285}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $C_{20}^3 = 1140$.

Gọi A là biến cố chọn được 3 đoàn viên là nam: $C_{12}^3 = 220$.

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là: } P(A) = \frac{220}{1140} = \frac{11}{57}.$$

Vậy xác suất cần tìm là: $1 - \frac{11}{57} = \frac{46}{57}$.

Câu 128. Một hộp đựng 10 viên bi có kích thước khác nhau, trong đó có 7 viên bi màu đỏ và 3 viên bi màu xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên. Xác suất để 2 viên bi được ó ít nhất một viên bi màu xanh bằng

- A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{8}{15}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Gọi A : "2 viên bi được ó ít nhất một viên bi màu xanh".

$\Rightarrow \bar{A}$: "2 viên bi được ó màu đỏ".

Ta có $n(\bar{A}) = C_7^2 = 21 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$.

Vậy xác suất để 2 viên bi được ó ít nhất một viên bi màu xanh là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$.

Câu 129. Một hộp đựng 9 quả cầu xanh và 5 quả cầu trắng (các quả cầu khác nhau về kích thước). Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để được 3 quả cầu có đủ hai loại cầu xanh và cầu trắng là

- A. $\frac{135}{182}$. B. $\frac{14}{182}$. C. $\frac{47}{182}$. D. $\frac{113}{182}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{14}^3$.

Gọi A là biến cố lấy được 3 quả cầu có đủ hai loại cầu xanh và cầu trắng.

Xác suất lấy được 3 quả cầu chỉ có màu xanh hoặc màu trắng là $\frac{C_5^3 + C_9^3}{C_{14}^3}$.

Do đó xác suất cần tìm $P(A) = 1 - \frac{C_5^3 + C_9^3}{C_{14}^3} = \frac{135}{182}$.

Câu 130. Một hộp đựng 10 thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Phải rút ra ít nhất k thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 lớn hơn $\frac{13}{15}$. Giá trị của k bằng:

- A. 9. B. 8. C. 7. D. 6.

Lời giải

Gọi biến cố A : Lấy k tấm thẻ có ít nhất một tấm thẻ chia hết cho 4. Với $1 \leq k \leq 10$.

Suy ra $\bar{A}$: Lấy k tấm thẻ không có tấm thẻ nào chia hết cho 4.

Ta có: $P(\bar{A}) = \frac{C_8^k}{C_{10}^k} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{C_8^k}{C_{10}^k} = 1 - \frac{(10-k)(9-k)}{90}$.

Theo đề: $1 - \frac{(10-k)(9-k)}{90} > \frac{13}{15} \Leftrightarrow k^2 - 19k + 78 < 0 \Leftrightarrow 6 < k < 13$.

Vậy $k = 7$ là giá trị cần tìm.

Câu 131. Chọn ngẫu nhiên 3 số tự nhiên từ tập hợp $M = \{1; 2; 3; \dots; 2019\}$. Tính xác suất P để trong 3 số tự nhiên được chọn không có 2 số tự nhiên liên tiếp.

$$\text{A. } P = \frac{677040}{679057}.$$

$$\text{B. } P = \frac{2017}{679057}.$$

$$\text{C. } P = \frac{2016}{679057}.$$

$$\text{D. } P = \frac{1}{679057}.$$

Lời giải

Chọn A

Có tất cả C_{2019}^3 cách chọn 3 số tự nhiên từ tập hợp $M = \{1; 2; 3; \dots; 2019\}$.

Suy ra $n(\Omega) = C_{2019}^3$.

Xét biến cố A: “Chọn 3 số tự nhiên sao cho không có 2 số tự nhiên liên tiếp”.

Ta có $\bar{A}$: “Chọn 3 số tự nhiên sao luôn có 2 số tự nhiên liên tiếp”.

Xét các trường hợp sau:

+ Trường hợp 1: Trong ba số chọn được chỉ có 2 số liên tiếp:

- Nếu 2 số liên tiếp là $\{1; 2\}$ hoặc $\{2018; 2019\}$ thì số thứ ba có $2019 - 3 = 2016$ cách chọn (do không tính số liên tiếp sau và trước mỗi cặp số đó).

- Nếu 2 số liên tiếp là $\{2; 3\}$, $\{3; 4\}$, ..., $\{2017; 2018\}$ thì số thứ ba có $2019 - 4 = 2015$ cách chọn (do không tính 2 số liền trước và sau mỗi cặp số đó).

Trường hợp này có $2 \cdot 2016 + 2016 \cdot 2015 = 4066272$ cách chọn.

+ Trường hợp 2: Chọn được 3 số liên tiếp.

Tức là chọn các bộ $\{1; 2; 3\}$, $\{2; 3; 4\}$, ..., $\{2017, 2018, 2019\}$: có tất cả 2017 cách.

Suy ra $n(\bar{A}) = 4066272 + 2017 = 4068289$.

$$\text{Vậy } P = P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{4068289}{C_{2019}^3} = \frac{1365589680}{1369657969} = \frac{677040}{679057}.$$

Câu 132. Cho một bảng ô vuông 3×3 .

Điền ngẫu nhiên các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 vào bảng trên (mỗi ô chỉ điền một số). Gọi A là biến cố “mỗi hàng, mỗi cột bất kì đều có ít nhất một số lẻ”. Xác suất của biến cố A bằng

$$\text{A. } P(A) = \frac{10}{21}.$$

$$\text{B. } P(A) = \frac{1}{3}.$$

$$\text{C. } P(A) = \frac{5}{7}.$$

$$\text{D. } P(A) = \frac{1}{56}.$$

Lời giải

Chọn C

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9! = 362880$.

Xét biến cố đối $\bar{A}$ “tồn tại một hàng hoặc một cột chứa toàn số chẵn”. Để biến cố $\bar{A}$ xảy ra ta lần lượt thực hiện các bước sau.

Bước 1: chọn một hàng hoặc một cột chứa toàn số chẵn. Bước này có 6 cách.

Bước 2: chọn ba số chẵn trong các số 2, 4, 6, 8 và xếp vào hàng hoặc cột này. Bước này có A_4^3 cách.

Bước 3: xếp 6 số còn lại vào 6 ô còn lại. Bước này có $6!$ cách.

Suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố $\bar{A}$ là $n(\bar{A}) = 6 \cdot A_4^3 \cdot 6! = 103680$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{5}{7}$.

Câu 133. Gọi X là tập các số tự nhiên có 5 chữ số. Lấy ngẫu nhiên hai số từ tập X . Xác suất để nhận được ít nhất một số chia hết cho 4 gần nhất với số nào dưới đây?

A. 0,63.

B. 0,23.

C. 0,44.

D. 0,12.

Lời giải

Chọn C

Ta có số phần tử của tập X là $|X| = 9 \cdot 10^4 = 90000$, trong đó có $\frac{99996 - 10000}{4} + 1 = 22500$ số

chia hết cho 4 và $90000 - 22500 = 67500$ số không chia hết cho 4.

Gọi A là biến cố nhận được ít nhất một số chia hết cho 4.

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{90000}^2$.

Số phần tử của không gian thuận lợi cho biến cố $\bar{A}$ (cả hai đều không chia hết cho 4) là

$|\Omega_{\bar{A}}| = C_{67500}^2$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{67500}^2}{C_{90000}^2} \approx 0,44$.